UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO

CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLOGICAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E SISTEMAS - PECS

UM MODELO HÍBRIDO NEURAL-GENÉTICO PARA ALOCAÇÃO DE UMA AUTO-ESTRUTURA NO PROJETO LQR APLICADO AO SISTEMA EÓLICO COM DFIG

RILDENIR RIBEIRO SILVA

ORIENTADOR: PROF. IVANILDO SILVA ABREU, PHD

São Luis-MA Novembro de 2017

UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO

CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLOGICAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E SISTEMAS - PECS

UM MODELO HÍBRIDO NEURAL-GENÉTICO PARA ALOCAÇÃO DE UMA AUTO-ESTRUTURA NO PROJETO LQR APLICADO AO SISTEMA EÓLICO COM DFIG

RILDENIR RIBEIRO SILVA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Computação da Universidade Estadual do Maranhão, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia da Computação, e Sistemas na área de concentração: Automação e controle Orientador: Prof. Ivanildo Silva Abreu, PhD

São Luis-MA Novembro de 2017

Silva, Rildenir Ribeiro. Um modelo híbrido neural-genético para alocação de uma autoestrutura no projeto LQR aplicado ao sistema eólico com DFIG / Rildenir Ribeiro Silva. – São Luís, 2017. 123 f.

Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Computação e Sistemas, Universidade Estadual do Maranhão, 2017.

Orientador: Prof. PhD Ivanildo Silva Abreu.

1. DFIG. 2. LQR. 3. Equação algébrica de Riccati. 4. RNAR. 5. Algoritmo genético. I. Título.

CDU 004.021

RILDENIR RIBEIRO SILVA

UM MODELO HÍBRIDO NEURAL-GENÉTICO PARA ALOCAÇÃO DE UMA AUTO-ESTRUTURA NO PROJETO LQR APLICADO AO SISTEMA EÓLICO COM DFIG

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Computação e Sistemas-PECS da Universidade Estadual do Maranhão, como requisito para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia da Computação e Sistemas. Área de Concentração: Automação e Controle.

Dissertação Aprovada em: 29/11/2017

Han for Holl	
Prof. IVANILDO SILVA ABREU, PhD - (Orientador)	
Prof. Dr. LEONARDO CONSIGROSKI DA SILVA	
Prof. Dr. REINALDO DE JESUS DA SILVA	

UEMA

São Luís-MA 2017

À minha mãe, que Deus a tenha.

...Há um lugar pra chegar, há uma ponte que te levará pro outro lado, há um sonho uma voz dizendo: "os teus sonhos também são meus"... Vou te levar, te conduzir e quando você alcançar saberás que em todo tempo eu estive ao teu lado... Eu de ti cuidarei, nunca te deixarei, os teus sonhos eu realizarei...

Chris Duran

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, pela sabedoria que me deste, fazendo-me acreditar em sua plena existência a partir da minha fé, em superar todos os desafios que surgiram durante esta caminhada; ao meu orientador Ivanildo Silva Abreu, por me aceitar como seu orientando no decorrer do curso, pelos seus ensinamentos, positivas discussões científicas e acadêmicas, motivação e paciência durante às pesquisas realizadas; a minha noiva e futura esposa Wanessa Danielle pelo conforto, confiança e motivação que me passara durante os momentos mais difíceis desta pesquisa; aos meus sogros Wilson e Benedita, aos meus cunhados; Wyrllenson Flávio e Carol; Walléria Soares e Carlos André por acompanharem de perto meus esforços com palavras edificantes e motivadoras; aos meus irmãos que amo; Rilvan de Ribamar Nascimento Silva Júnior e Rilvanyce Patrícia Ribeiro por fazerem parte da minha vida; a todos os meus colegas de mestrado, Cristovam Dervalmar, pelo companheirismo e motivação durante às disciplinas, produção de artigos e neste trabalho, aos colegas e amigos Guilherme Bonfim, John Selmo e os demais colegas de turma pelos encontros de estudos proveitosos, meus sinceros agradecimentos por fazerem parte destes dois anos de muito conhecimento adquirido e a construção de amizades sinceras; às secretárias do PECS, Sarah e Karol pela paciência e presteza durante às demandas atendidas e pela amizade construída durante estes dois anos. Enfim, agradeço eternamente à Dineusa Vieira da Silva (in memorian) quem gerou-me, educou-me e ensinou-me valores e princípios da maneira mais humilde, os quais guardarei para sempre.

Resumo

Neste trabalho propõe-se um modelo híbrido genético neural com objetivo de resolver a Equação Algébrica de Riccati (EAR) associada à estrutura de otimização restrita do problema do Regulador Linear Quadrático (LQR) Ótimo. Na aplicação deste modelo híbrido utilizam-se das técnicas de inteligência artificial (IA), que será aplicada em um sistema de geração de energia eólica, em particular, o Gerador de Indução Duplamente Alimentado (DFIG). Para isso, propõe-se uma Rede Neural Artificial Recorrente (RNAR) em que seu desempenho é verificado e avaliado através de métricas pela norma do infinito associada à EAR e superfícies de energia em função da matriz simétrica definida positiva selecionada através de um algoritmo genético (AG). Verifica-se que a energia associada à EAR é mínima dentro de uma faixa dos pesos ótimos selecionados pela rede neural artificial. A metodologia contribui de forma eficiente para melhoria no problema de controle ótimo na realização da alocação dos pesos ótimos avaliados pelo modelo genético e no processamento para resolver a EAR, justificado pelo modelo neural.

Palavras-chave: LQR, Equação Algébrica de Riccati, Rede Neural, Algoritmo Genético, H∞.

ABSTRACT

In this work we propose a neural genetic hybrid model with the objective of solving the Riccati Algebraic Equation (RAE), which is associated to the optimized structure of the Optimum Quadratic Linear Regulator (LQR) problem. In the application of this hybrid model artificial intelligence (AI) techniques are used, which will be applied in a wind energy generation system, in particular, the Double Feed Induction Generator (DFIG). For this, a Recurrent Artificial Neural Network (RNAR) is proposed in which its performance is verified and evaluated through metrics by the infinity standard associated with EAR and energy surfaces as a function of the positive definite symmetric matrix selected through a genetic algorithm (GA). It is verified that the energy associated with RAE is minimal within a range of the optimal weights selected by the artificial neural network. The methodology contributes in an efficient way to improve the optimal control problem in the accomplishment of the allocation of the RAE, justified by the neural model.

Keywords: LQR, Riccati Algebraic Equation, RNAR, Genetic Algorithm, H∞.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Evolução da capacidade instalada	22
2.2	À esquerda Parque eólico de Geribatu e à direita Horse Hollow Wind Energy Center	22
2.3	Gerador de Indução Duplamente Alimentado (DFIG)	25
2.4	Configuração com acionamento Kramer Estático	25
2.5	Configuração com acionamento Scherbius-Estático	26
2.6	Configurações de voltagem e vetores de fluxo	29
2.7	Gerador de indução em gaiola. Fonte: Wikipédia	30
2.8	Circuito elétrico equivalente em gaiola na transformação $dq0$	31
2.9	Princípio de funcionamento da máquina DFIG	33
2.10	Estrutura de controle ótimo.	43
2.11	Pêndulo invertido: Fonte: Wikipédia	46
2.12	Resposta ao degrau do sistema com controle lqr em malha aberta	47
2.13	Resposta ao degrau com controle lqr em malha fechada	48
3.1	Modelo híbrido genético neural.	51
3.2	Estrutura de um Algoritmo Evolutivo de População Única	53
3.3	Ciclo de busca do AG.	56
4.1	Modelo híbrido neural-genético.	63
4.2	Esquema de controle inteligente	63
4.3	Arquitetura da RNAR com múltiplas camadas	66
4.4	Procedimento dinâmico do projeto LQR	68

5.1	Sensibilidade total para cada indivíduo da população inicial	74
5.2	Evolução média da função objetivo.	75
5.3	Função <i>fitness</i> e os respectivos autovalores obtidos	75
5.4	Desempenho do algoritmo genético via autovalores	76
5.5	Desempenho do algoritmo genético via autovetores associados	76
5.6	Avaliação do sistema eólico dos estados com controlador	78
5.7	Resposta ao degrau para cada canal do controlador LQR para a planta de 6 ^a ordem	79
5.8	Resposta em valores singulares da planta eólica.	80
5.9	Resposta em valores singulares para o sistema MIMO com ganho de malha	80
5.10	Superfície da norma do infinito com variação de η_v e η_z	81
5.11	Superfície de energia com variação dos parâmetros $\eta_v e \eta_z$	82
5.12	Superfície da norma do infinito para variação dos parâmetros $\eta_v \in \eta_z$	82
5.13	Energia obtida após várias interações.	83
5.14	Energia da solução da EAR para as camadas $Z, U, Y \in V$ com fator de Cholesky.	84
5.15	Solução da EAR associado à norma do infinito das camadas $Z, U, Y \in V$	84
6.1	Controle de realimentação padrão	89
6.2	Esquema para o teorema do ganho pequeno	91
6.3	Estrutura de controle das funções de sensibilidade ponderada	92
6.4	Planta generalizada de duas portas com funções de ponderação	92
6.5	Carta de Nichols. Fonte: MATLAB	94
6.6	Resposta ao degrau com controlador $H\infty$. Fonte: MATLAB	95
6.7	Diagrama de Bode com controlador $H\infty$ para planta eólica	95
6.8	Síntese do controlador $H\infty$ ótimo	96
6.9	Resposta em frequência com dois controladores e funções de sensibilidade	96
6.10	Resposta em frequência da magnitude e fase para os modelos de funções de ponderação.	97

6.11	Diagrama de magnitude-fase e frequência para $1/W1$ com controlador $H\infty$ projetado.	98
6.12	Diagrama de magnitude-fase e frequência para $1/W3$ com controlador $H\infty$ projetado.	98
6.13	Diagrama de magnitude-fase e frequência de $W1(j\omega)S(j\omega)$	99
6.14	Diagrama de magnitude-fase e frequência de $W3(j\omega)S(j\omega)$	99
6.15	Resposta da Magnitude-frequência das incertezas aditiva e multiplicativa com a planta nominal.	100
6.16	Diagrama para a incerteza multiplicativa.	101
A.1	Diagrama de blocos de um sistema de controle em malha fechada	109
A.2	Sistema MIMO.	111
B.1	Valores desejados para Sensibilidade e Co-sensibilidade	114
B.2	Resposta em frequência desejável para um sistema MIMO	115
C.1	Tipo de incerteza aditiva aplicada na saída	117
C.2	Incerteza Multiplicativa aplicada na entrada.	118
C.3	Incerteza Multiplicativa aplicada na saída.	118
D.1	Barreiras de Robustez de desempenho e estabilidade robusta	121
D.2	Barreiras de Robustez em função da Sensibilidade e Co-sensibilidade	122

SUMÁRIO

CAPÍT	CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO 14					
1.1	Uma breve visão					
1.2	Objetiv	vo	15			
1.3	Motiva	ıção	16			
1.4	Justificativa					
1.5	Organização da Dissertação					
1.6	6 Trabalhos Publicados e Aceitos					
	1.6.1	Trabalho Publicado	19			
	1.6.2	Trabalho aceito para publicação	19			
	1.6.3	Trabalho aceito em Congresso	19			
	1.6.4	Artigo submetido	19			
CAPÍT	ULO 2 -	- ENERGIA EÓLICA E O DFIG	20			
2.1	Gerado	or de Indução Duplamente Alimentado	23			
	2.1.1	Modelagem da Turbina Eólica	27			
	2.1.2	Configuração de referência	28			
	2.1.3	Parâmetros do DFIG	32			
	2.1.4	Princípio de Funcionamento do DFIG	32			
	2.1.5	Modelo Linearizado do DFIG	33			
	2.1.6	Estratégias de controle para o DFIG - (Estado da arte)	35			

	2.2	DFIG e o Controlador LQR				
		2.2.1	Condições Necessárias para Otimalidade	. 38		
		2.2.2	Problema do controlador LQR	. 40		
		2.2.3	Solução de Controle Ótimo em Malha Aberta	. 41		
		2.2.4	Solução de Controle Ótimo em Malha Fechada	. 42		
			2.2.4.1 EXEMPLO: Análise de desempenho do controlador LQR em um sistema de pêndulo invertido.	. 45		
C	APÍT	ULO 3 -	– MODELO HÍBRIDO GENÉTICO-NEURAL	49		
	3.1	Metod	dologia do AG para Busca das Matrizes QR	. 49		
		3.1.1	Inteligência Computacional e Computação Evolutiva	. 49		
	3.2	Model	Modelo Híbrido Neural-Genético			
	3.3	Definição Geral de um AG				
	3.4	Metodologia de Busca da Estrutura de Otimização Genética do LQR				
	3.5	Conceitos e Definições				
	3.6	Modelos Genéticos Artificiais				
		3.6.1	Matrizes Q e R	. 58		
		3.6.2	Estrutura da População QR	. 58		
		3.6.3	Modelo da População inicial	. 59		
C	APÍT	ULO 4 -	– REDES NEURAIS ARTIFICIAIS - RNA	60		
	4.1	Uma b	breve visão introdutória	. 60		
	4.2	Detern	minação da Equação Algébrica de Riccati	. 61		
	4.3	Método de Fusão Neural-Genético				
	4.4	Formu	ulação do Problema	. 64		
	4.5	Arquit	tetura da Rede Neural Recorrente	. 64		
	4.6	Treina	amento da RNAR	. 67		

4.7	Anális Analíti	e da Estabilidade e Solvabilidade da Rede Neural Recorrente (Resultados	68		
	4.7.1	Vantagens e desvantagens da metodologia neural-genética	70		
CAPÍT API	ULO 5 - LICADA	- RESULTADOS COMPUTACIONAIS DA FUSÃO NEURAL-GENÉT A AO DFIG	'ICA 71		
5.1	Repres	entação na forma de espaço de estados	71		
5.2	Anális	e dos Resultados	73		
	5.2.1	Solução da Equação Algébrica de Riccati via Método de Schur	76		
	5.2.2	Análise da Resposta ao degrau para o sistema eólico com e sem contro- lador	78		
	5.2.3	Análise da RNAR para solução da EAR via sintonia de parâmetros	80		
	5.2.4	Convergência da RNAR	83		
CAPÍT	ULO 6 -	- PROPOSTA COM CONTROLADOR ÓTIMO H∞	85		
6.1	Uma b	reve visão histórica sobre o controlador $H\infty$	86		
6.2	6.2 Objetivo da Metodologia $H \infty$				
6.3	6.3 Modelo Matemático do $H\infty$				
	6.3.1	Modelo de Normas para sistemas	87		
	6.3.2	Matriz hamiltoniana	88		
6.4	Metod	ologia para implementação do controlador H^{∞}	89		
	6.4.1	Formulação do Problema	89		
	6.4.2	Teorema do ganho pequeno	91		
6.5	Model	o Generalizado com Funções de Ponderação	91		
6.6	Projeto	o do Controlador ótimo H^{∞}	93		
6.7	Anális	e do Controlador $H\infty$ aplicado na planta DFIG \ldots \ldots \ldots \ldots	93		
	6.7.1	Análise dos efeitos da função de ponderação aplicada ao controlador $H\infty$ na planta DFIG	94		

	6.7.2	Análise do controlador ótimo $H\infty$ em função do parâmetro γ	95	
	6.7.3	Análise do controlador $H\infty$ aplicado à planta eólica com modelos de incertezas	97	
CAPÍT	ULO 7 -	- CONCLUSÃO	102	
7.1	Propos	tas para Trabalhos Futuros	103	
REFER	ÊNCIA	S	104	
APÊNDICE A – SISTEMAS MIMO 10				
A.1	Sistem	a Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas (MIMO)	108	
	A.1.1	Direções em Sistemas MIMO	111	
APÊND	ICE B -	- ANÁLISE DE VALORES SINGULARES PARA SISTEMAS MIMO	113	
APÊND	ICE C -	- INCERTEZAS ESTRUTURADAS E NÃO-ESTRUTURADAS	116	
C.1	Incerte	za Estruturada	116	
C.2	Incerte	za Não-Estruturada	117	
APÊND	APÊNDICE D – CONTROLADORES ROBUSTOS PARA SISTEMAS MIMO 1			

Capítulo 1 Introdução

1.1 Uma breve visão

Ao final do século XX, ocorre um grande interesse no desenvolvimento e aplicabilidade da tecnologia das redes neurais artificiais (RNA). Pesquisas sobre as RNA se expandiram por vários campos da ciência e em aplicações para avaliar sistemas dinâmicos complexos em processos industriais.

Devido ao fenômeno da globalização e desenvolvimento tecnológico, novos mecanismos computacionais para aprimorar e dinamizar a produção industrial foram surgindo com o objetivo de tornar os sistemas produtivos mais eficientes, trabalhando em tempo real, com tempo mínimo de resposta e sem restrições operacionais para que o processo de controle garanta um bom funcionamento e identificação do sistema dinâmico. Diversas técnicas para identificação de sistemas tem sido desenvolvidas continuamente, principalmente, na área de controle que visa apresentar uma abordagem consistente e robusta nesses tipos de sistemas dinâmicos que na sua maioria são complexos em suas análises e necessitam de controle, permanentemente, sob supervisão.

Diversos problemas no mundo real estão relacionados ao controle multivariável de sistemas que são simplificados solucionando a equação algébrica de Riccati (EAR). Recentemente, diversos métodos foram criados para tentar solucionar esta equação tais como: *métodos numéricos, método de Schur*, convergência e estabilidade de equações diferenciais de alta ordem de modo a verificar a condição de existência e obter uma solução ótima, de forma automática e garantir uma condição de estabilidade para o sistema. Nas últimas décadas, técnicas de inteligência artificial (IA), como por exemplo, redes neurais artificiais (RNA) e algoritmo genético (AG) que são objetos de estudo desta pesquisa, se baseiam no comportamento do sistema biológico

e foram desenvolvidas para tentar otimizar e solucionar problemas complexos que demandam tempo durante um processo de produção em sistemas dinâmicos multivariáveis.

As redes neurais artificiais são compostas de camadas contendo neurônios simples. Possuem estruturas similares às suas características biológicas, no entanto, as redes neurais artificiais são representativas e são adaptadas em processamento de modelos computacionais de forma paralela e distribuída. Na área de sistemas de controle as redes neurais artificiais encontraram uma aplicação bastante pontual e eficiente. Diversas conferências no campo de pesquisa em sistemas de controle no mundo todo, grande parte das sessões são dedicadas às aplicações de redes neurais artificiais.

Neste trabalho, propõe-se uma metodologia para resolver a Equação Algébrica de Riccatti utilizando técnicas de controle inteligente ligado ao projeto do regulador linear quadrático LQR e uma fusão genético-neural que será avaliada em sistemas dinâmicos multivariáveis, mais especificamente, ao controle de um gerador de indução duplamente alimentado (DFIG). Aplica-se o projeto LQR e técnicas de inteligência computacional (IC) que assemelham-se ao processo de evolução natural de organismos biológicos visando solucionar o problema.

Uma rede neural recorrente com múltiplas camadas é implementada para resolver a EAR contínua. A rede consiste em quatro camadas conectadas bidirecionalmente em que cada camada contém diversos neurônios. O método neural mostra-se capaz de resolver equações de Riccati simplificando sistemas de controle associados ao LQR em tempo real.

1.2 Objetivo

Este trabalho apresenta uma metodologia baseada nos preceitos da inteligência artificial, uma rede neural artificial recorrente (RNAR) é proposta para resolver a equação algébrica de Riccati a partir da geração de superfícies por variações de parâmetros da rede neural que influenciam de forma direta na solução da EAR. Um algoritmo genético (AG) é proposto para realizar a busca das matrizes de ponderação de estado Q e a matriz R de ponderação do sinal de controle que são parâmetros imprescindíveis para a solução da EAR. O algoritmo genético é construído por modelos para sintonia da malha de controle no projeto do regulador linear quadrático, no entanto, a rede neural artificial está atrelada a solucionar a EAR. A abordagem por controle inteligente aqui proposta, representa uma metodologia para garantir a sintonia dos ganhos do controlador pelas técnicas de inteligência computacional (ABREU; SILVA e PEREIRA, 2017).

1.3 Motivação

Devido à importância prática do problema, as redes neurais artificiais possuem grande capacidade em realizar o mapeamento e a aproximação, arbitrariamente, de sistemas não-lineares em processos dinâmicos nos quais elas são aplicadas. Apesar de todos os avanços realizados na teoria de controle, grande maioria dos reguladores da indústria são do tipo proporcional integral derivativo (PID). A maioria das plantas industriais podem conter vários desses reguladores simples. A sintonização de forma manual é uma operação para ser realizada com precisão e, normalmente, leva bastante tempo para uma tarefa ser executada. Mesmo realizando mudanças na planta de um sistema ou, até mesmo, envelhecimento de componentes, a resposta para determinada operação deve ser realizada regularmente. Assim, métodos que podem fornecer ajuste automático dos controladores PID são, portanto, de grande relevância prática. Diferentes métodos foram propostos para o ajuste dos reguladores PID, a partir do trabalho de (ZIEGLER e NICHOLS, 1942). Esta técnica de controle é bastante robusta, no entanto, algumas pesquisas sobre sua utilização foram expressas pelos engenheiros de comissionamento, principalmente, devido o método ser tão diferente dos procedimentos padrão utilizados para o ajuste manual. Na prática, um engenheiro de comissionamento aplica um passo de entrada à planta ou ao sistema de malha fechada e, com base na resposta do sistema e na experiência e conhecimento da planta, realiza a sintonia do controlador PID. De acordo com (RUMELHART, et al, 1987), a principal diferença, no entanto, está na substituição do operador humano por um tipo de técnica automática e eficiente, como por exemplo, a utilização de redes neurais artificiais recorrentes do tipo perceptrons multicamadas.

Em contra partida aos controladores PID, esta pesquisa se fundamenta em uma forma mais eficiente de controle que são os paradigmas e ferramentas da inteligência computacional (IC), visando resolver o problema da alocação de auto-estruturas ou alocação dos pesos ótimos inerentes de sistemas dinâmicos a partir da implementação do projeto regulador linear quadrático, como algoritmo genético e redes neuronais artificiais recorrentes. A abordagem com a utilização de controle inteligente, consiste de uma metodologia que busca uma sintonia entre os ganhos do controlador tendo como suporte às técnicas de inteligência computacional implementada no software MATLAB.

1.4 Justificativa

De acordo com (DOYLE e STEIN, 1979), a maior dificuldade na teoria de controle está na determinação e seleção das matrizes de ponderação que satisfazem às restrições do projeto de

alocação dos pesos ótimos. Alternativas como métodos de computação evolutiva são apresentados em (FERREIRA e NETO, 2003) para superar estas dificuldades baseando-se nas técnicas de AG. Em (ABREU, 2008), este método carrega em sua essência métodos de otimização natural, determinísticos e aprendizagem de máquina, manipulando espaços de soluções potenciais, utilizando mecanismos baseados na teoria da seleção natural. As técnicas de inteligência artificial apresenta vários métodos que facilitam e minimizam problemas na área de controle, algumas utilizadas com maior frequência nos últimos anos são os AG, RNA e lógica fuzzy.

A alocação de auto-estrutura encontrada em sistemas dinâmicos multivariáveis, traduz-se na resolução da EAR. Algumas metodologias foram utilizadas para solucionar a equação algébrica de Riccatti, dentre as quais, ressalta-se o método de *Schur*. Este método traz uma abordagem computacional bem robusta para realizar inversão de matrizes. No sentido de evitar imensa tarefa, utiliza-se rede neural recorrente, uma alternativa possível para ser implementada em sistemas de controle que necessitam de funcionamento em tempo real para um melhor processamento e tratamento da informação, uma vez que a solução da equação algébrica de Riccatti está associada a um problema de otimização irrestrito.

1.5 Organização da Dissertação

O capítulo 2, apresenta uma revisão de literatura sobre o atual momento e avanços da energia eólica no Brasil e em outros países. Apresenta-se o gerador de indução duplamente alimentado (DFIG) como principal equipamento para o processo de geração de energia eólica e sua configuração de referência. Ainda no capítulo é apresentado a modelagem da turbina eólica, parâmetros do DFIG, princípio de funcionamento, modelo linearizado e o estado da arte para as atuais estratégias de controle utilizadas para o gerador de indução.

Na seção 2.2, é abordado a formulação do Controle linear quadrático sob o ponto de vista clássico e, também, sob o ponto de vista de novas implementações de restrições e utilização do desenvolvimento clássico para minimização de novas funções objetivos. Seguindo o desenvolvimento da formulação do projeto LQR, apresenta-se o problema de controle ótimo, que é formulado por uma estrutura de otimização restrita que para sua solução utiliza-se técnicas de cálculo variacional de modo a obter suas equações convencionais, particularmente, na análise das condições de otimalidade pela matriz Hamiltoniana. Como consequência do projeto LQR, apresenta-se a equação algébrica de Riccati, já que o problema se resume em encontrar a lei de controle que está associada com a solução da EAR. Para solucionar esta equação é apresentado alguns métodos, tais como, função sinal matricial, método de *Newton*, método dos autovetores

e método de *Schur*. O capítulo encerra-se analisando o controle ótimo em malha aberta e malha fechada para o desempenho do controlador LQR aplicado a um sistema de pêndulo invertido.

No capítulo 3, é apresentado o modelo híbrido genético-neural em que utiliza-se a metodologia do AG para busca das matrizes $Q \in R$, fundamentadas nos paradigmas de inteligência computacional e computação evolutiva. O capítulo aborda a definição geral de um algoritmo genético, metodologia de busca da estrutura de otimização genética para o LQR, apresenta-se modelos genéticos artificiais como parte da análise do projeto e obtenção das matrizes $Q \in R$ analisando-se a arquitetura e funcionamento da população inicial do AG. Apresenta-se alguns conceitos básicos e modelos genéticos das matrizes de ponderação.

O capítulo 4 aborda a solução da equação algébrica de Riccati, através de uma rede neural artificial recorrente não supervisionada. Apresenta-se sua caracterização via um problema de otimização irrestrito, cuja função objetivo é a função energia que é representada pelo erro médio quadrático (EMQ) com o objetivo de avaliar o desempenho da rede neural que, por sua vez, é de natureza não linear. A arquitetura da rede neural é representada por equações dinâmicas não-lineares e os resultados analíticos com uma abordagem matemática através da análise de estabilidade utilizando-se o método direto de *Lyapunov* e a análise de solvabilidade indicando a mudança de estado de ativação gerando um fluxo de gradiente que minimiza a função energia.

No capítulo 5, apresenta-se os resultados computacionais obtidos pela metodologia de fusão genética-neural aplicada ao sistema dinâmico eólico com DFIG. Avalia-se a estabilidade e solvabilidade da RNAR através da superfície de energia e norma do infinito referentes à solução da EAR.

O capítulo 6, traz uma proposta de controle ótimo com o controlador robusto $H\infty$ também aplicado ao sistema dinâmico com DFIG. Analisa-se à estabilidade e desempenho robustos do controlador projetado.

E o capítulo 7, traz às conclusões, discussões e pontua algumas metodologias que podem ser exploradas e comparadas com a metodologia apresentada neste trabalho como propostas para estudos futuros. Portanto, apresenta-se alguns Apêndices como suporte teórico-prático para a metodologia aqui proposta.

1.6 Trabalhos Publicados e Aceitos

1.6.1 Trabalho Publicado

 A Neural Genetic Hybrid model for Eigenstructure Allocation in the LQR Project in DFIG - (*International Journal of Computer Applications* - IJCA): Qualis-B2, volume 12, 2017. Autores: Ivanildo Abreu, Rildenir Silva e Luan Pereira.

1.6.2 Trabalho aceito para publicação

Robustness Barriers in LQG/LTR Controller via Hybrid Model Genetic-Neural in Robotic Manipulator. (23rd ABCM International Congress of Mechanical Engineering), Rio de Janeiro, 2015. Trabalho aceito entre os dez melhores para ser publicado na revista (Journal of the Brasilian Society of Mechanical Sciences and Engineering.16th edition): Qualis B2. Autores: Ivanildo Silva Abreu, Rildenir Ribeiro Silva, Ismael Silva de Melo, José Charles Medeiros e Cristovam Dervalmar R. T. Filho.

1.6.3 Trabalho aceito em Congresso

 A NEURAL GENETIC HYBRID MODEL FOR EIGENSTRUCTURE ALLOCATION IN THE LQR PROJECT IN DFIG. Artigo aceito para ser apresentado no: (24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering December 3-8, 2017, Curitiba, PR, Brazil).

1.6.4 Artigo submetido

• SYNTHESIS OF CONTROLLERS INTELLIGENT LOOKS LQR, LQG/LTR AND STA-BILITY ROBUSTNESS VIA MODEL REDUCTION IN DEXTEROUS HAND MAS-TER. Artigo submetido em: *Optimal Control Applications and Methods*. Wiley Online Library.

Capítulo 2 Energia eólica e o DFIG

A energia é essencial para a nossa sociedade para garantir a nossa qualidade de vida e para apoiar todos os outros elementos da nossa economia. As tecnologias de energia renovável oferecem a promessa de energia limpa e abundante obtida de recursos auto-renováveis, como o sol, o vento, a terra e as plantas. Em grande parte do mundo e aqui no Brasil, já possuem recursos renováveis de algum tipo produzindo este tipo de energia ecologicamente correto. As tecnologias na produção de energia eólica, biomassa solar, geotérmica, entre outras, são rentáveis em um número crescente de mercados que a cada dia estão dando passos importantes para uma comercialização e distribuição mais ampla. Cada uma destas tecnologias está em estágios diferentes de pesquisas, desenvolvimento, comercialização e distribuição tendo cada uma destas custos atuais de produção distintos.

No Brasil as energias renováveis representam mais de 85,4% da energia elétrica produzida internamente e utilizada no Brasil, segundo dados preliminares do Balanço Energético Nacional 2009, realizado pela Empresa de Pesquisa Energética (EPE). Na década de 70, o Brasil passou a se concentrar no desenvolvimento de fontes alternativas de energia, principalmente o etanol produzido graças às grandes terras de cana-de-açúcar que ajudaram consideravelmente nesse processo. Em decorrência disso, na década de 80, 91% dos carros produzidos funcionavam a base de etanol de cana.

No que se refere à produção de energia eólica, o Brasil tinha a capacidade instalada de geração de um pouco mais de 25 MW em 2005, e chegou a marca de 4.500 MW em 2014 com 181 parques eólicos instalados evitando dessa forma 4 milhões de toneladas de CO_2 na atmosfera por ano de acordo com dados da Associação Brasileira de Energia Eólica (ABEE). Em 2013 o país encontrava-se na 13^a posição no ranking dos países com maior produção de energia eólica. Em termos de comparação, o Brasil tinha capacidade de 1.000 MW em agosto de 2011, suficiente para abastecer uma cidade de cerca de 400 mil residências. Cerca de 300

GW podem ser extraídos no território nacional e a expectativa é de que chegue a 20 GW em 2020.

Atualmente, o Brasil conta com cerca de 167 parques eólicos divididos nas regiões Sul e Nordeste, em apenas um dia foram gerados em torno de 2.989,2 megawatts médios de energia, gerados pela força do vento, a energia eólica representa um percentual de 3,5% do total da matriz energética e com a expansão a estimativa será produzir 11% desse total. Com novos empreendimentos sendo inaugurados no sul do país, a evolução energética e sustentável já conta com o maior complexo eólico da América Latina, o Complexo Eólico Campos Neutrais possuí três parques em seu sistema de abastecimento, dentre eles, o Parque Eólico Chuí com 144 MW de potência, conta com 72 aerogeradores e é capaz de atender 800 mil habitantes, o Parque Eólico Hermenegildo que tem capacidade para atender 1 milhão de habitantes, possuí 101 aerogeradores e gera 181 MW de potência e o recém inaugurado Parque Eólico Geribatu.

Recentemente inaugurado pelo governo federal o Parque Eólico Geribatu localizado no município de Santa Vitória do Palmar, conta com 129 aerogeradores, tendo capacidade para gerar 258 MW de potência e atendendo mais de 1,5 milhão de habitantes. O mais novo e maior parque do Complexo Eólico Campos Neutrais já está em pleno funcionamento e estimula o setor econômico da região, com o Centro de Visitantes aberto ao público o segmento de turismo lucra com a passagem de mais de 8 mil pessoas no último ano. Com a integração dos três parques, o Brasil tem o maior complexo eólico da América Latina, potencial que gera energia limpa e sustentável para mais de 3 milhões de habitantes, com o estímulo em promover mais programas capazes de gerar energia renovável o governo federal vê favorável a expansão para o setor energético, além de alavancar a economia com novos investidores e empreendedores. Segundo dados da Associação Brasileira de Energia Eólica (ABEEólica), hoje a capacidade instalada de geração eólica é de cerca de 7 GW. As estimativas para o final de 2017 indicam 14.3 GW de eólica instalados na matriz elétrica brasileira.



Figura 2.1: Evolução da capacidade instalada

Tem-se também como um dos maiores parques eólicos do mundo situado nos Estados Unidos na cidade do Texas, o Horse Hollow Wind Energy Center, considerado o maior parque eólico do mundo com 421 aerogeradores de dimensões enormes com 735,5 megawatts (MW) de capacidade. O parque é composto por 291 turbinas eólicas de 1,5 MW e 130 aerogeradores 2,3 MW, totalizando 421 aerogeradores distribuídos por cerca de 190*km*² de terra no Condado de Taylor e Nolan, Texas.



Figura 2.2: À esquerda Parque eólico de Geribatu e à direita Horse Hollow Wind Energy Center

É inegável que fontes de energia renováveis têm sido um tema de grande relevância e interesse nas últimas décadas em virtude das grandes preocupações climáticas, ameaças ambientais e devido aos custos de operação comparado às fontes clássicas de geração de energia. Atualmente, a atenção tem sido voltado aos sistemas de energia eólica como uma fonte de energia alternativa, devido à produção limpa e energia ilimitada o que caracteriza a modalidade de energia eólica (GARCIA, 2012). A capacidade de vento mundial alcançou cerca de 254GW até meados de 2012. No entanto, os principais problemas relativos aos sistemas de energia eólica estão relacionados com as características do vento irregular, sendo a velocidade do vento aleatória e um processo fortemente não-estacionário; Além disso, é extremamente variável e turbulenta. Ademais, os usuários demandam por energia elétrica com qualidade, considerando uma boa regulação de tensão, distorção harmônica de corrente mínima e sem cintilação. Por conseguinte, o desempenho dos sistemas de energia eólica depende fortemente da contribuição de um sistema de controle robusto automático adequado.

De acordo com (GARCIA, 2012), os esquemas de controle para sistemas de energia eólica são comumente baseados na estratégia de controle de desacoplamento usando algoritmos de controle clássicos, como o tradicional controlador proporcional-integral (PI) ou controladores ótimos. Esses controladores foram projetados para o rastreamento mecânico da velocidade e para manter o fator de potência do estator para o modelo do tipo gerador de indução duplamente alimentado (DFIG).

2.1 Gerador de Indução Duplamente Alimentado

Conforme (BARROS, 2006), o aumento na potência das turbinas eólicas e a efetiva atuação dessa modalidade de geração de energia em vários países do mundo têm chamado a atenção das grandes empresas responsáveis pelo planejamento, operação e controle das redes de distribuição de energia onde tais geradores se conectam. Os geradores eólicos DFIG caracterizam-se como um dos modelos de geração mais utilizados em plantas eólicas no mundo.

Os geradores de indução duplamente alimentados (DFIG) são amplamente utilizados na geração de energia eólica devido à sua capacidade de operar a velocidades de rotação variáveis, enquanto produzem saída de energia a uma frequência constante. Na literatura geradores são equipamentos cuja finalidade é converter energia mecânica obtida pela turbina eólica em energia elétrica. Os principais sistemas eólicos estão classificados em dois tipos, conforme seus modos de operação: sistema à velocidade fixa e sistema com operação à velocidade variável. No início das atividades de geração de energia eólica, às turbinas eólicas trabalhavam com aerogeradores

do tipo velocidade fixa e à medida que o tamanho das turbinas eólicas se tornaram cada vez maiores, e devido à falta de controle do consumo de potência reativa e à necessidade de maior manutenção pelo estresse dinâmico inerente das partes mecânicas da caixa de transmissão, esta tecnologia foi substituída para a de velocidade variável. Há um grande número de opções de arquitetura disponíveis para o projeto de uma turbina e, ao longo dos anos, a maioria delas foi explorada. No entanto, os projetos comerciais para a geração de eletricidade agora convergiram para turbinas de eixo horizontal, de três lâminas e de vento. Conforme (SANCHEZ e CRUZ, 2016), as maiores máquinas tendem a operar a velocidades variáveis, enquanto às turbinas menores e mais simples são de velocidade fixa. Toda a tecnologia por trás desse desenvolvimento são, principalmente, a capacidade de cumprir os requisitos de conexão do Código de Grade e a redução das cargas mecânicas alcançadas com operação de velocidade variável. De acordo com (OLIMPO, 2009), atualmente, as configurações mais comuns de turbinas eólicas de velocidade variável são as seguintes:

- Turbina Eólica com DFIG;
- Turbina de conversor de vento com classificação nominal do inglês Fully rated converter (FRC) baseada em um gerador síncrono ou de indução.

Conforme (HANSEN, 2006), atualmente, existem dois tipos de geradores amplamente utilizados em sistemas eólicos que operam a velocidade variável: gerador de indução com rotor bobinado (DFIG) e o gerador síncrono. De acordo com os objetivos deste trabalho, deu-se preferência ao primeiro tipo de configuração. A figura (2.3), mostra o esquema básico utilizado em uma turbina eólica:

Uma configuração típica de uma turbina eólica com DFIG é mostrada esquematicamente na figura (2.3). Ele usa um gerador de indução de rotor bobinado com anéis deslizantes para levar a corrente para dentro ou para fora do enrolamento do rotor e a operação em velocidade variável é obtida injetando uma tensão controlável no rotor com a frequência de deslizamento. O enrolamento do rotor é alimentado através de um conversor de potência de frequência variável, tipicamente baseado em dois conversores de fonte de tensão baseados em circuitos com transistores IGBT AC/DC (VSCs), ligados por um DC Link. O conversor de energia desacopla a frequência elétrica da rede da frequência mecânica do rotor, permitindo a operação de velocidade variável da turbina eólica. O gerador e os conversores são protegidos por limites de tensão e uma barra de controle de excesso de corrente. Um sistema DFIG pode fornecer energia à grade através do estator e do rotor, enquanto o rotor também pode absorver energia, o que depende da velocidade de rotação do gerador. Se o gerador funcionar acima da velocidade síncrona, a



Figura 2.3: Gerador de Indução Duplamente Alimentado (DFIG)

energia será fornecida pelo rotor através dos conversores para a rede, e se o gerador funcionar abaixo da velocidade síncrona, o rotor absorverá a energia da rede através dos conversores (OLIMPO, 2009).

No que diz respeito ao acionamento do DFIG existem duas metodologias bastante utilizadas: a primeira, conhecida como acionamento Kramer Estático é ilustrada na Figura (2.4, em que tem-se um circuito simples, porém limitado, já que este trabalha somente no modo super-síncrono para gerador, pois o fluxo de potência do circuito rotórico é unidirecional. Assim, conforme cita (MARQUES, 2004), este acionamento não é apropriado para aplicações em sistemas de geração eólica.



Figura 2.4: Configuração com acionamento Kramer Estático

Já a segunda configuração, mostrada na figura (2.5), de acordo com (BOSE, 2001) e (MAR-

QUES, 2004), também chamada de acionamento Scherbius Estático, ocorre a substituição dos retificadores a diodo em ponte e dos inversores a tiristor, por conversores constituídos por IGBT. Permitindo o fluxo bidirecional de potência no circuito rotórico, podendo trabalhar nas velocidades sub-síncrona, síncrona e super-síncrona. Isso se dá devido os dois conversores interligados através de um barramento CC na topologia têm como função fazer com que a dinâmica do sistema eólico seja independente da rede. De acordo com (OLIVEIRA, 2009), estes inversores são conhecidos como inversores fonte de tensão, tendo como vantagem a visibilidade do capacitor pelos dois conversores como uma fonte de tensão contínua. Sendo amplamente aplicada em sistemas eólicos, fez-se uso desta metodologia no desenvolvimento deste trabalho.



Figura 2.5: Configuração com acionamento Scherbius-Estático

Em síntese, os geradores de indução podem ser classificados como máquinas alimentadas individualmente e duplamente. Nas máquinas alimentadas individualmente, apenas os enrolamentos do estator estão conectados à rede elétrica para fornecer a tensão induzida a uma frequência constante. Caso o gerador seja operado acima da velocidade síncrona nominal, o excesso de energia gerado é desperdiçado na resistência colocada no circuito do rotor. Entretanto, para as máquinas duplamente alimentadas, o estator e o rotor estão ambos conectados à rede elétrica. Com velocidades abaixo da velocidade síncrona nominal, apenas os enrolamentos do estator estão ativos e acima das velocidades síncrona nominal, tanto o estator como o rotor estão ativos [B. CHOWDHURY, e S. CHELLAPILLAA, 2006]. O circuito rotórico do DFIG possui um conversor ao invés de uma resistência; Desta forma, o excesso de energia gerado também é transmitido para a grade. Isso aumenta a eficiência da geração de energia. Na literatura a tecno-logia do DFIG é projetada para trabalhar com variação de velocidade em um intervalo restrito de 30% em relação à velocidade síncrona, na busca por uma operação com máxima eficiência para conversão de energia. Quando o DFIG está conectado à rede elétrica, os usuários exigem que os mesmos sigam os valores de referência da energia real e reativa nas operações em estado estacionário. A potência real é controlada para garantir que a carga seja oferecida conforme desejada e a potência reativa seja controlada para garantir que a tensão seja regulada na presença de uma velocidade flutuante do vento. Isso pode ser garantido através do controle das correntes do estator e do rotor [WU et al, 2008]. O *Field Oriented Control* (FOC) ou *Controle de Campo Orientado* também conhecido como controle vetorial é utilizado para controlar o torque eletromagnético e os componentes da corrente de excitação do rotor de forma independente no eixo *dq* do gerador. A saída de energia ativa e reativa do gerador pode ser desacoplada para fins de controle [PENA et al, 1996].

Normalmente, a dinâmica do DFIG é representada como um sistema de 5^a ordem [EKA-NAYAKE et al, 2003] e [TANG et al, 2011] que descreve o estator, o rotor e a dinâmica do eixo do rotor. As respostas da escala de tempo desses três componentes são diferentes. Para simplificar os controladores, os esquemas de controle são desenvolvidos para a dinâmica elétrica [BANAKAR et al, 2006], [NAAMANE et al, 2010], ou a dinâmica mecânica separadamente. Com base na literatura atual, o sistema elétrico pode ser modelado como um sistema de 4^a ordem. O sistema de 4^a ordem inclui resistência do estator, indutância do estator, resistência do rotor, indutância do rotor e quadro de referência giratório síncrono. De acordo com [EKA-NAYAKE et al, 2003], a dinâmica do estator é relevante apenas em transientes dinâmicos cuja resposta do tempo é mais rápida do que o rotor, considerando somente a dinâmica do rotor do DFIG e assumindo que a dinâmica do estator é constante [PETERSSON, 2005].

2.1.1 Modelagem da Turbina Eólica

Conforme (SLOOTWEG, 2003) e (GARCIA, et al; 2012), uma turbina eólica capta uma parte da energia cinética do vento que passa através da área varrida pelas pás que aciona o eixo do gerador e o mesmo transforma em energia elétrica. A potência mecânica é uma quantidade que é função do cubo da velocidade do vento e pode ser calculada conforme o modelo matemático:

$$P_m = \frac{1}{2} \rho A_p V_w^3 C_p(\lambda, \beta) = T_m(t) \omega_s(t) C_p(\lambda, \beta)$$
(2.1)

em que:

• ρ é a densidade do ar (Kg/m^3) ;

- A_p é a área varrida pelas pás da turbina m^2 ;
- V_w é a velocidade do vento em m/s;
- λ é uma razão de velocidade;
- β representa o ângulo de passo ou *pitch angle*;
- C_p é o coeficiente de potência relacionado ao rendimento aerodinâmico da turbina;

$$C_p(t) = f[\lambda(t), \beta(t)]$$

A potência desenvolvida pela turbina eólica depende da velocidade do vento e da velocidade angular de rotação do eixo. O fator adimensional λ , é bastante utilizado, definido como a relação entre a velocidade tangencial na ponta da pá em (m/s) e a velocidade do vento (m/s), sendo dada por:

$$\lambda = \frac{\omega_r R_p}{V_w} \tag{2.2}$$

em que R_p é o raio do rotor eólico medido na ponta da pá dado em metros (m).

2.1.2 Configuração de referência

Todos os preceitos da dinâmica do gerador de indução duplamente alimentado estão fundamentadas nos trabalho de (KRAUSSE, 1986) e (GARCIA, et al; 2012), cuja metodologia utilizada é a transformação de Park's. Nesse contexto, conforme já mencionado nas seções anteriores, a modelagem matemática do estator e rotor do DFIG na configuração gaiola de esquilo são apresentadas na forma de componentes dq em que d é o eixo direto e q é o eixo em quadratura os quais podem ser descritos de acordo com as equações:

$$u_{ds} = -R_s i_{ds} - \omega_s \lambda_{qs} + \frac{\mathrm{d}\lambda_{ds}}{\mathrm{d}t}$$
(2.3)

$$u_{qs} = -R_s i_{qs} + \omega_s \lambda_{ds} + \frac{\mathrm{d}\lambda_{qs}}{\mathrm{d}t}$$
(2.4)

$$u_{dr} = 0 = -R_r i_{dr} - s\omega_s \lambda_{qr} + \frac{d\lambda_{dr}}{dt}$$
(2.5)

$$u_{qr} = 0 = -R_r i_{qr} + s\omega_s \lambda_{dr} + \frac{d\lambda_{qr}}{dt}$$
(2.6)

Em que;

- *u_{ds}*, *u_{qs}*, *u_{dr}* e *u_{qr}*: são as tensões nos eixos direto e de quadratura do estator(s) e rotor(r), respectivamente;
- i_{ds} , i_{qs} , i_{dr} e i_{qr} : são as correntes nos eixos direto e na quadratura do estator e eixos direto na quadratura do rotor, respectivamente;
- λ_{ds} , λ_{qs} , λ_{dr} e λ_{qr} : são os fluxos nos eixos direto e na quadratura do estator e os eixos direto na quadratura do rotor, respectivamente;
- ω_s é a velocidade síncrona da máquina, s o escorregamento no estator dado por $s = \frac{\omega_s \omega_r}{\omega_s}$;
- $R_s \in R_r$ são as resistências no estator e rotor, respectivamente;
- ω_r é a velocidade do rotor.

Ao escolher uma configuração de referência associada ao fluxo do estator, as correntes do rotor serão relacionadas diretamente com o estator ativo e a potência reativa. Um controle adaptado dessas correntes permitirá, dessa forma, controlar a potência trocada entre o estator e a grade. Conforme mostra a figura (2.6):



Figura 2.6: Configurações de voltagem e vetores de fluxo

O torque e, consequentemente a potência ativa dependem apenas do componente de corrente do rotor do eixo q. Se a resistência do estator por fase for negligenciada, o que é uma aproximação realista para máquinas de potência média usadas na conversão de energia eólica, o vetor de tensão do estator é consequentemente em avanço na quadratura em comparação com o vetor de fluxo do estator.

O controle de campo orientado do DFIG pode então ser aplicado com a potência ativa e reativa consideradas como variáveis de controle. Uma representação em blocos do sistema a ser controlado é apresentado na figura (2.7). Considera-se a função de transferência do inversor utilizado para alimentar o rotor

Segundo (PENA et al, 1996), a máquina de indução em *gaiola de esquilo* é utilizada em vários sistemas de conversão de energia eólica. Esta máquina provou sua eficiência devido a qualidades como robustez, baixo custo e simplicidade quando é diretamente conectado à grade. No entanto, a turbina de vento deve ser projetada para manter a velocidade da máquina próxima da velocidade síncrona. Essa restrição reduz a possibilidade de aumentar a energia elétrica produzida para altas velocidades do vento. De acordo com (SCHREIBER, 2001), um conversor pode ser utilizado entre o estator da máquina e a grade, porém é atravessado pela potência total e deve ser corretamente arrefecido.

A configuração do DFIG em gaiola é mostrada na figura 1.6. Devido à sua simplicidade e ao uso de pás aerodinâmicas adequadas, a máquina funciona como uma turbina eólica de velocidade constante. A figura (2.7) mostra o circuito elétrico equivalente na configuração gaiola do sistema eólico:



Figura 2.7: Gerador de indução em gaiola. Fonte: Wikipédia.



Figura 2.8: Circuito elétrico equivalente em gaiola na transformação dq0.

em que L_s , L_r e L_m são as indutâncias do estator, rotor e de magnetização, respectivamente.

No que se refere ao acoplamento mecânico entre a turbina e o gerador eólico, o modelo matemático pode ser descrito como:

$$\frac{\mathrm{d}\omega_r}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{2H_T} (T_m - T_e - D_t \omega_r) \tag{2.7}$$

em que T_m é o torque mecânico da turbina eólica, T_e conjugado eletromagnético, ω_m velocidade mecânica da máquina em (rad/s), ω_r é a velocidade do eixo, D_t representa a constante de amortecimento do sistema concentrado e H_T é a constante de inércia total concentrada do sistema eólico. As potências ativa e reativa, $P \in Q$, respectivamente, situadas nos terminais do estator do DFIG são dadas pelas equações:

$$P = u_{ds}i_{ds} + u_{qs}i_{qs} \tag{2.8}$$

$$Q_s = u_{qs}i_{ds} - u_{ds}i_{qs} \tag{2.9}$$

No sistema do gerador de indução em gaiola, a potência reativa trocada com a grade (fator de potência) não pode ser controlada (GARCIA, et al; 2012). Esta condição significa que a tensão do nó (tensão no ponto de conexão da rede) também não pode ser controlada. Observe que o sistema só pode consumir e não gerar energia reativa. A potência reativa trocada com a grade depende da velocidade do rotor, da tensão do terminal e da geração de energia ativa. Esse

fato é uma desvantagem importante. Em alguns casos, com grandes parques eólicos com este tipo de configuração, o consumo de energia reativa pode causar quedas significativas de tensão do nó. Os capacitores de compensação são conectados aos terminais do gerador para reduzir esse problema de queda de tensão. A partir das equações (2.8) e (2.9), pode-se observar que as potências ativa e reativa podem ser controladas de forma independente.

2.1.3 Parâmetros do DFIG

A máquina aqui estudada é um gerador de indução com rotor Leroy-Somer de 2 polos. Seus parâmetros são dados abaixo:

Especificações elétricas:

- Resistência do estator por fase: $R_s = 0.455\Omega$
- Resistência do rotor por fase: $R_r = 0.62\Omega$
- Indutância de fuga do estator: $l_s = 0.006H$
- Indutância de fuga do rotor: $l_r = 0.003H$
- Indutância de Magnetização: M = 0.078

Especificações Mecânicas:

- Inércia: $J = 0.3125 kgm^2$
- Fricção viscosa: $f = 6.73 \times 10^{-3} Nms^{-1}$

2.1.4 Princípio de Funcionamento do DFIG

A essência de funcionamento do gerador de indução duplamente alimentado está esquematizada na figura (2.9). Observa-se que a potência elétrica fornecida pelo gerador para a rede pode ser através do estator e, simultaneamente, fornecida ou consumida através de um conversor de potência bi-direcional conectado ao rotor. De acordo com (HANSEN et al, 2004), é possível gerar energia para a rede, com a máquina trabalhando abaixo, acima e inclusive, na velocidade síncrona.



Figura 2.9: Princípio de funcionamento da máquina DFIG

em que P_m é a potência total gerada, ou seja, $P_m \approx P_{rede}$.

A partir da figura (2.9), verifica-se que quando o DFIG encontra-se na velocidade supersíncrona, isto é (s < 0), a potência será fornecida à rede simultaneamente pelo rotor através dos conversores e pelo estator, sendo que a potência ativa do rotor é negativa ($P_{rotor} < 0$) indicando o fornecimento de potência. Entretanto, quando o DFIG encontra-se na velocidade sub-síncrona (s > 0), o fluxo da potência será da rede para o rotor e, com isso, ($P_{rotor} > 0$) indica que o rotor está absorvendo potência da rede. Em ambos os casos (velocidade super-síncrona e subsíncronas) o estator fornece potência à rede.

No gerador de indução duplamente alimentado o sinal do torque elétrico indica se a máquina está operando como motor ou gerador, independente do escorregamento. A máquina pode trabalhar no modo motor tanto na velocidade sub-síncrona, com escorregamento positivo, que é a forma clássica, e também na velocidade super-síncrona, com escorregamento negativo. De forma análoga, para o modo gerador, a máquina pode trabalhar com escorregamento positivo ou negativo.

2.1.5 Modelo Linearizado do DFIG

O sistema físico dinâmico do DFIG, assim como, dos conversores de potência estão fundamentados em equações diferenciais e algébricas não-lineares. De acordo com (BARROS, 2006), o processo de linearização é de grande relevância, pois, possibilita aplicar os métodos de análise
linear em um modelo linearizado que produza informações sobre o comportamento do sistema não-linear considerado. Esta metodologia de linearização de um sistema está fundamentada em expansão de série de Taylor de uma função não-linear em torno do ponto de operação, em que os termos de maior ordem serão desprezados. Com isso, (CHEN, 1999) ressalta que serão considerados os termos lineares, em que estes devem ser suficientemente pequenos, isto é, os valores das variáveis se desviam apenas rapidamente da condição de operação, ou seja, nas pro-ximidades das condições de operação, a qual deve ser utilizada para estudar o comportamento com pequenas perturbações.

A matriz de estado *A* do sistema da planta eólica consiste de matrizes em blocos, tais como: $A_r^{3x3} e A_s^{3x3}$ que representam, respectivamente, a parte do rotor e do estator. A matriz de controle *B*, é constituída de matrizes em bloco $B_r^{3x2} e B_s^{3x2}$. As matrizes de estado assumem as seguintes formas:

$$A_{r} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{r}}{L_{rr}\sigma} & S_{0}\omega_{0} & 0\\ -S_{0}\omega_{0} & -\frac{R_{r}}{L_{rr}\sigma} & 0\\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix}$$
(2.10)

$$B_r = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L_{rr}\sigma} & 0 & 0\\ 0 & -\frac{1}{L_{rr}\sigma} & 0\\ 0 & 0 & -\frac{1}{2H} \end{bmatrix}$$
(2.11)

$$A_{s} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \omega_{0} & 0\\ -W_{0} & -\frac{R}{L} & 0\\ -\frac{\upsilon_{do}}{CV_{cc0}} & -\frac{\upsilon_{qo}}{CV_{cc0}} & -\frac{\upsilon_{do}i_{do} + \upsilon_{qo}i_{qo}}{CV_{cc0}^{2}} \end{bmatrix}$$
(2.12)

$$B_{s} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & \omega_{0} \\ 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{i_{do}}{CV_{cc0}} & -\frac{i_{qo}}{CV_{cc0}} \end{bmatrix}$$
(2.13)

em que o coeficiente μ pertence à matriz A_r que é representado pela expressão:

$$\mu = -\frac{\frac{1}{2}\rho A \upsilon^3 C_p(\lambda,\beta)}{2H\omega_r^2} + \frac{\frac{1}{2}\rho A \upsilon^3}{2H\omega_r} \cdot \frac{\mathrm{d}C_p(\lambda,\beta)}{\mathrm{d}\lambda} \cdot \frac{R_p}{\upsilon}$$
(2.14)

De acordo com (MUYEEN, 2008) o termo $C_p(\lambda,\beta)$ representa o coeficiente de potência das turbinas de velocidade fixa que depende do ângulo de inclinação β da pá, em que λ é a velocidade específica. Segundo (PINTO, 2007), a linearização do DFIG para o projeto é composto pelos modelos dos conversores de potência, pela modelagem do gerador, da turbina eólica e do ângulo de passo como mostra a equação matricial (M1):

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{i}_{gr} \\ \Delta \dot{i}_{gr} \\ \Delta \dot{a}_{r} \\ \Delta \dot{i}_{g} \\$$

2.1.6 Estratégias de controle para o DFIG - (Estado da arte)

Segundo (ABEDI et al, 2010) e (MARQUES e SOUSA, 2012), grande parte da literatura atual utiliza controladores proporcionais (PI) para potência ativa e controle de potência reativa. Comparado com um controlador PI clássico, controladores modernos, como regulador linear quadrático, controle interno do modelo e controle robusto $H\infty$ (Jin et al, 2009) são mais robustos e confiáveis. Os controladores aprimorados para a geração de energia eólica usando o DFIG estão sendo investigados atualmente pela indústria e por grandes pesquisadores. Os controladores mais econômicos, confiáveis e robustos tem a necessidade de uma grande penetração da geração de energia distribuída e integração aos sistemas de energia.

Como já mencionado, o processo de controle do DFIG é realizado tradicionalmente por controladores proporcional e integral (PI). Este estudo proposto em (PENA et al, 1996), continua sendo largamente utilizado em projetos de controle para este gerador de acordo com (QIAO, 2008) e (FERRÉ et al; 2010). Segundo (BARROS, 2006) e (OLIVEIRA, 2009), as estratégias aplicadas no controle do DFIG destacam o uso dos controladores clássicos (PI) em que os ganhos e constantes de tempo podem ser ajustados por tentativa e erro e alocação de polos. O ajuste por tentativa e erro não é uma tarefa tão simples, pois, necessita do conhecimento efetivo do comportamento dinâmico do sistema eólico. Além disso, os ganhos e constantes de tempo devem ser reajustados para diferentes condições de operação. As estratégias do controle clássico como o PI tem como vantagem a simplicidade de implementação do controlador. Entretanto, essa estrutura não garante a robustez com relação a variações paramétricas da planta. No trabalho de (POLLER, 2003), para aumentar a robustez do controlador clássico PI, utiliza-se termos adicionais nas malhas de controle. Entretanto, a inclusão de mais termos dificultou o processo de ajuste dos ganhos e constantes de tempo. Nas últimas décadas, inúmeras estratégias de controle foram propostas na literatura para o controle do DFIG de modo a substituir e melhorar a sintonia destas técnicas de controladores clássicos.

Um controlador baseado em lógica fuzzy, pode ser encontrado em (ALMEIDA et al, 2004), em que o mesmo é substituído pelos controladores PI e aplicado nas malhas de controle de velocidade do rotor e da tensão terminal do conversor interligado ao rotor da máquina DFIG, sendo ajustados por tentativa e erro. Os resultados apresentados mostram que a estratégia de controle fuzzy proposta proporcionou um maior amortecimento das correntes do rotor, em relação aos controladores PI convencionais quando simularam um curto-circuito trifásico em uma barra distante situada em um parque eólico.

Uma metodologia de ajuste ótimo dos controladores do conversor conectado ao rotor do DFIG utilizando algoritmos genéticos (AG) é proposta em (VIEIRA, 2009) cujos resultados na simulação mostraram que o método para projeto de controladores proporcionais integrais com estrutura fixa, fornece um desempenho dinâmico satisfatório para diferentes condições operacionais, quando comparado a uma técnica formal de controle por alocação de polos, tornando esta metodologia uma alternativa eficaz e robusta de controle a ser explorada nesses geradores.

De acordo com (OLIVEIRA et al; 2010), a técnica de aplicação de (AG) é adicionada ao projeto LQR para superar essas dificuldades. Recentemente, uma abordagem combinada do controlador LQR com base em AG foi utilizada em alguns trabalhos aplicados em sistemas de controle de passo de aeronaves, pendulo invertido, sistemas de energia multi-máquina e capacidade LVRT do sistema DFIG para determinar as matrizes de ponderação adequadas inerentes do LQR. Outras pesquisas fundamentam-se nos pressupostos de (AG), tais como, (WONGSATHAN, C.; SIRIMA, C., 2008) utilizam algoritmo genético para projetar matrizes de ponderação no regulador linear quadrático para um sistema de pêndulo invertido. As configurações de ganho de realimentação do sistema são obtidas minimizando o índice de desempenho usando esta técnica de AG para otimizar as matrizes de ponderação do LQR. No trabalho de (ROBANDI et al., 2001), é introduzido uma aplicação do algoritmo genético para projetar as matrizes de ponderação Q e R no processo de otimização do regulador linear quadrático, projetando as matrizes de ponderação de uma otimização do sistema de energia utilizando os métodos de teste e erro, método de Bryson e método de AG, em que ambos são comparados os desempenhos de controle, Mostrando-se que o uso de AG é o mais eficiente entre os três métodos para melhorar o desempenho do sistema através das matrizes Q e R para minimizar o tempo de controle.

Neste trabalho, propõe-se um modelo híbrido-genético neural que se fundamenta em um trabalho de ação paralela, baseando-se nos paradigmas da Inteligência Artificial. O modelo tem como objetivo a solução do problema de controle ótimo, em que um algoritmo genético é proje-

tado para atuar de maneira a determinar às matrizes Q e R de uma função de custo J no sentido de otimizar o desempenho destas matrizes responsáveis pela determinação de desempenho da saída do sistema e uma rede neural artificial recorrente (RNAR) é proposta para solucionar a Equação Algébrica de Riccati, cujo foco é a obtenção da matriz P.

2.2 DFIG e o Controlador LQR

Na teoria de controle moderno ótimo, o LQR (Linear Quadratic Regulator) é uma técnica excelente para projetar os problemas de controle de realimentação de estado. De acordo com (MEHTA et al, 2015), este é um processo de minimização de energia em que os estados e os sinais de controle são ponderados por uma função de custo usando matrizes de ponderação adequadas. Segundo (ABREU et al, 2017), nesta análise do LQR, busca-se um vetor de entrada u, que visa minimizar uma função de custo J com algumas restrições para o modelo dinâmico do sistema. O método fornece o desempenho melhorado do sistema, porém o principal problema é o ajuste para avaliar as matrizes de ponderação. No método de controle LQR convencional, a técnica é aplicada para sintonizar as matrizes de ponderação Q e R. Este processo não é viável para sistemas de alta ordem, pois, torna a abordagem instável quanto ao tempo de processamento. Embora existam outras técnicas, como a técnica de alocação de polos e a utilização de propriedades modais assintóticas, utilizadas por muitos pesquisadores na determinação das matrizes de ponderação, mas enfrentam dificuldades semelhantes e também não garantem o desempenho esperado.

Uma primeira abordagem matemática para o estudo de controle ótimo de um sistema dinâmico, a partir do controlador LQR é ter, a princípio, o modelo da planta do sistema a ser controlado, cuja estrutura inicial parte de um sistema dinâmico geral da seguinte forma:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = f(x(t), u(t));$$
 $x(0) = x_0$ (2.15)

em que x(t) é o vetor de estado de ordem n e u(t) é o vetor de entrada de ordem m e x_0 é o vetor de estado inicial. O objetivo é determinar u(t) com $0 \le t \le t_f$, tal que, a seguinte função objetivo é minimizada ou maximizada:

$$J(u(t)) = G(x(t_f)) + \int_0^{t_f} F(x, u) dt$$
(2.16)

Observe que as equações de estados servem como restrições para a otimização de *J*. Além disso, são consideradas restrições na entrada conforme às condições $u_{i^*} \le u_i \le u_i^*$.

2.2.1 Condições Necessárias para Otimalidade

Sejam $u_0(t)$ um candidato para vetor de entrada ótimo e o correspondente vetor de estado $x_0(t)$, ou seja:

$$\frac{\mathrm{d}x_0}{\mathrm{d}t} = f(x_0(t), u_0(t)) \tag{2.17}$$

Para verificar se $u_0(t)$ é, realmente, um bom candidato à solução para entrada ótima, este vetor será perturbado por uma pequena quantidade $\delta u(t)$, de tal maneira que:

$$u(t) = u_0(t) + \delta u(t)$$
 (2.18)

Realizando uma mudança no valor da função custo objetivo, e reescrevendo-a, tem-se que:

$$\delta J = J(u_0(t) + \delta u(t)) - J(u_0(t))$$

$$= \left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)\delta x(t_f) + \int_0^{t_f} \left[\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)\delta x + \left(\frac{\partial F}{\partial u}\right)\delta u\right]dt + \left[F(t_f) + \left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)f(t_f)\right]\delta t_f \quad (2.19)$$

Se a solução de (2.15), com u(t) dado por (2.18) é $x_0(t) + \delta x(t)$, isto é:

$$\frac{d(x_0(t) + \delta x(t))}{dt} = f(x_0(t) + \delta x(t), u_0(t) + \delta u(t))$$
(2.20)

A equação (2.15) na forma linearizada fica:

$$\frac{\mathrm{d}(\delta x)}{\mathrm{d}t} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)\delta x(t) + \left(\frac{\partial f}{\partial u}\right)\delta u(t) \tag{2.21}$$

Multiplicando a equação (2.21) pelo vetor $\lambda^T(t)$ e integrando no intervalo $[0, t_f]$;

$$\int_{0}^{t_{f}} \lambda^{T}(t) \frac{\mathrm{d}(\delta x)}{\mathrm{d}t} dt - \int_{0}^{t_{f}} \lambda^{T}(t) \left[\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) \delta x(t) + \left(\frac{\partial f}{\partial u} \right) \delta u(t) \right] dt = 0$$
(2.22)

em que $\lambda(t)$ é um vetor de dimensão *n*. Conforme a metodologia proposta em (RAY, 1981), tem-se que:

$$\delta J = \left[F(t_f) + \left(\frac{\partial G}{\partial x}\right) f(t_f) \right] \delta t_f + \lambda^T(0) \delta x(0) + \left[\left(\frac{\partial G}{\partial x}\right) - \lambda^T(t_f) \right] \delta x(t_f) + \int_0^{t_f} \left[\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right) \delta x + \left(\frac{\partial H}{\partial u}\right) \delta u(t) + \frac{d\lambda^T}{dt} \delta x \right] dt$$

em que *H* é conhecida como função Hamiltoniana, definida como:

$$H = F(x, u) + \lambda^{T}(t)f(x, u)$$
(2.23)

Como $\lambda(t)$ é um vetor arbitrário, assim ele é escolhido para satisfazer a condição:

$$\frac{\mathrm{d}\lambda^T}{\mathrm{d}t} = -\left(\frac{\partial H}{\partial x}\right) \tag{2.24}$$

A partir destas análises, tem-se às seguintes condições para minimização e maximização da função objetivo *J*:

Minimização de J

Se $u_0(t)$ é uma solução ótima, então:

$$\delta J \ge 0$$
 (I)

Para toda perturbação $\delta u(t)$.

1º Caso: sem restrição na entrada

Para que a condição (I) seja verdadeira, deve-se ter:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial u}\right) = 0 \qquad (I.1)$$

Para todo t. Esta é a condição necessária para o controle ótimo.

2º Caso: Com restrições nas entradas

Em vista da condição (I), tem-se que:

Se
$$u_{io} = u_i^*;$$
 $\left(\frac{\partial H}{\partial u_i}\right) \le 0$ (II.1)

Se
$$u_{io} = u_{i^*};$$
 $\left(\frac{\partial H}{\partial u_i}\right) \ge 0$ (II.2)

2.2.2 Problema do controlador LQR

Seja o sistema linear

$$\frac{dx}{dt} = Ax(t) + Bu(t);$$
 $x(0) = x_0$ (2.25)

O objetivo é conduzir o vetor de estado x(t) para a origem do espaço de estado, a partir de valores de estados iniciais não nulos. Se uma lei de controle de realimentação de estado for utilizada, então ela desaparecerá rapidamente, desde que os polos em malha fechada estejam localizados dentro da metade à esquerda do plano *s*.

Todavia, elementos do vetor de ganho de realimentação podem ser grandes em magnitudes e o custo de controle pode ser elevado. Por outro lado, se os polos de malha fechada estiverem localizados perto dos polos de malha aberta, não haverá aumento significativo na taxa de decomposição e uma quantidade relativamente pequena da ação de controle será necessária. Assim, a localização dos polos em malha fechada é um "trade-off" (distância do estado a origem e custo de controle) entre a taxa de decomposição e a magnitude da entrada de controle. Para realizar este trade-off, a seguinte função objetivo é escolhida:

$$J = \frac{1}{2}x^{T}(t_{f})S_{f}x(t_{f}) + \frac{1}{2}\int_{0}^{t_{f}} \left[x^{T}(t)Qx(t) + u^{T}(t)Ru(t)\right]dt$$
(2.26)

em que o tempo final t_f é fixado. As matrizes S_f , Q e R são simétricas. Além disso, S_f e Q são semi-definida positiva e R definida positiva. De forma simbólica, segue que:

$$\left\{S_f = S_f^T \ge 0; \quad Q = Q^T \ge 0 \quad R = R^T > 0\right\}$$

Problema:

Encontrar u(t), com $0 \le t \le t_f$, tal que J é minimizada.

2.2.3 Solução de Controle Ótimo em Malha Aberta

Para este tipo de problema de controle ótimo, pode-se verificar que o Hamiltoniano dado em (2.23) pode ser escrito como:

$$H = \frac{1}{2} \left(x^{T}(t)Qx(t) + u^{T}(t)Ru(t) \right) + \lambda^{T}(t)(Ax(t) + Bu(t))$$
(2.27)

A condição necessária (I.1) produz o seguinte resultado:

$$\frac{\partial H}{\partial u} = Ru(t) + B^T \lambda(t) = 0$$

ou

$$u(t) = -R^{-1}B^T\lambda(t) \tag{2.28}$$

A dinâmica de $\lambda(t)$ dada pela equação (2.24) com condições finais,

$$\lambda^T(t_f) = \left(\frac{\partial G}{\partial x}\right)_{t=t_f}$$

tem-se que:

$$\frac{\mathrm{d}\lambda}{\mathrm{d}t} = -Qx(t) - A^T\lambda(t); \qquad \lambda(t_f) = S_f x(t_f) \qquad (2.29)$$

As equações (2.24) e (2.29) representam um problema de valor de fronteira com dois pontos que pode ser resolvido encontrando $\lambda(t)$ e x(t). Colocando estas equações na forma matricial, segue que:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix}$$

em que

$$M = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix}$$

2.2.4 Solução de Controle Ótimo em Malha Fechada

Com base em (SINHA, 2007), utiliza-se a seguinte transformação:

$$\lambda(t) = S(t)x(t) \tag{2.30}$$

em que S(t) é uma matriz quadrada simétrica. Substituindo (2.30) em (2.29), tem-se:

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t}x(t) + S(t)\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -Qx(t) - A^TS(t)x(t)$$
(2.31)

Eliminando x(t), na equação (2.31):

$$\left(\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} + SA - SBR^{-1}B^TS + Q + A^TS\right)x(t) = 0$$
(2.32)

Como a equação (2.32) é verdadeira para todo x(t), segue que:

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}t} + SA - SBR^{-1}B^TS + Q + A^TS = 0$$
(2.33)

A equação (2.33) é conhecida como *Equação Algébrica de Riccati*. Esta equação diferencial não-linear pode ser resolvida numericamente no tempo para determinar S(t). A partir de (2.28) tem-se que:

$$u(t) = -K(t)x(t) \tag{2.34}$$

em que:

$$K(t) = R^{-1}B^T S(t) (2.35)$$

A estrutura da equação (2.35) indica que K(t) é a matriz de ganho ótimo de realimentação de estado. Como a solução de S(t) não depende dos estados do sistema, este ganho é ótimo para todas as condições dos estados iniciais. A Figura (2.10) ilustra um diagrama de blocos da estrutura ótima de malha fechada com realimentação de estado para um sistema.



Figura 2.10: Estrutura de controle ótimo.

Em síntese, o objetivo do projeto LQR é minimizar *J* relacionando a energia entre o vetor de estado x(t) e o vetor de controle u(t) tendo como referência um dado sistema dinâmico cujo modelo na forma de espaço de estado é representado como:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

Conforme já citado na seção anterior, suponha-se que o sistema seja estabilizável, e a lei de controle que estabiliza este sistema e minimiza o índice de desempenho é dado por:

$$u(t) = -Kx(t)$$

em que a matriz K tem ordem r x n e é representada como segue:

$\begin{bmatrix} u_1 \end{bmatrix}$		k_1	k_{12}	k_{1n}	$\begin{bmatrix} x_1 \end{bmatrix}$	
<i>u</i> ₂		<i>k</i> ₂₁	$k_{22} \dots k_{2n}$		<i>x</i> ₂	
	= -	*	(3			
		98		۳		ľ
			•	•	- 12	
$\lfloor u_r \rfloor$		k_{rl}	k_{r1}	k_{rn}	x_n	

Assim, o projeto de controle ótimo via LQR baseia-se na determinação dos elementos da matriz de ganho ótimo K de realimentação dos estados para todo e qualquer estado inicial x_0 , ou seja:

$$K(t) = R^{-1}B^T P (2.36)$$

A diferença nas equações (2.35) e (2.36) é que a matriz *P* está representando a solução da EAR:

$$A^{T}P + PA - PBR^{-1}B^{T}P + Q = 0 (2.37)$$

sendo P uma matriz definida positiva:

No desenvolvimento desta pesquisa, considera-se que todas as variáveis de estado estão acessíveis para a realimentação. Assim, o controlador LQR para realimentação de estado completo é utilizado na regulação dos estados para qualquer perturbação que ocorra nos terminais do estator no DFIG para tensão nula. Contudo, o projeto do LQR tem como principal filosofia a determinação do ganho ótimo *K* dado na equação (2.36).

O sistema em malha fechada ou com realimentação descrito como $(\dot{x}(t) = A - BK_{lqr})$ é assintoticamente estável, quando os pares (A, B) e (Q, A) são, respectivamente, controláveis e

observáveis e que a matriz P é a solução única definida positiva da equação:

$$(A - BK)^{T}P + P(A - BK) + Q + K^{T}RK$$
(2.38)

Portanto, para qualquer ganho K que estabilize assintoticamente o sistema, a matriz P, solução da equação (2.37) nos dará um ganho finito. Entretanto, Isso não significa que a solução da EAR não será única. Se existe uma solução única que estabiliza o sistema, então ela é ótima. A partir deste problema, surge a seguinte questão: quando existirá uma solução da Equação Algébrica de Riccati? E sob quais condições esta solução será única? A resposta para estes questionamentos é garantida pelos seguintes teoremas:

- **Teorema 1:** Se o par (*A*,*B*) é estável então, independente da matriz *S*, existe uma solução finita *P* que corresponde à solução da Equação Algébrica de Riccati (EAR);
- Teorema 2: Se a matriz de ponderação Q pode ser fatorada na forma Q = L^TL, então a solução P da Equação Algébrica de Riccati é a única solução definida positiva da correspondente equação algébrica, se e somente se, (A,L) for detectável.

Em síntese, se (A,B) é estável e (A,L) detectável, existe uma solução única da EAR que garante a realimentação ótima.

Para efeito de demonstração, considera-se em particular o ganho $K = R^{-1}B^T P$ que é o candidato a controle ótimo. Substituindo este ganho em (2.38), segue que:

$$(A - BR^{-1}B^{T}P)^{T}P + P(A - BR^{-1}B^{T}P) + Q + PBR^{-1}B^{T}P = 0$$
$$A^{T}P - PBR^{-1}B^{T}P + PA - PBR^{-1}B^{T}P + Q + PBR^{-1}B^{T}P = 0$$
$$A^{T}P + PA + Q - PBR^{-1}B^{T}P = 0$$

tem-se que esta última equação é, exatamente, a Equação Algébrica de Riccati dada em (2.37).

2.2.4.1 EXEMPLO: Análise de desempenho do controlador LQR em um sistema de pêndulo invertido.

A figura (2.11), mostra o sistema dinâmico de um pêndulo invertido montado em um carrinho motorizado:



Figura 2.11: Pêndulo invertido: Fonte: Wikipédia

O sistema do pêndulo invertido é utilizado neste trabalho por se tratar de um sistema instável quando atua sem controlador, ou seja, o pêndulo simplesmente cairá se o carrinho não for movido para equilibrá-lo e também por se tratar de um sistema não linear. O objetivo das técnicas de controle para este sistema é equilibrar o pêndulo aplicando uma força ao carrinho ao qual o pêndulo está preso. Nesta aplicação, considera-se um problema bidimensional em que o pêndulo é contraído para se mover no plano vertical, conforme mostra a figura acima. Para este sistema, a entrada de controle é a força *F* que move o carrinho horizontalmente e as saídas são a posição angular do pêndulo θ e a posição horizontal do carrinho *x*. As variáveis para este sistema são:

- (M) massa do carrinho 0,5 kg;
- (m) massa do pêndulo 0,2 kg;
- (b) coeficiente de fricção para o carrinho 0.1 N/m /seg;
- (L) comprimento até o centro de massa do pêndulo 0,3m;
- (I) momento de inércia da massa do pêndulo $0,006kg.m^2$;
- (**F**) força aplicada ao carrinho;
- (x) coordenada da posição do carrinho;
- (θ) ângulo do pêndulo vertical (para baixo).

A forma linearizada do sistema acima em espaço de estados é dada pela representação matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \ddot{x} \\ \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\phi} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(I+ml^2)\dot{b}}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{m^2g^{l^2}}{I(M+m)+Mml^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-mlb}{I(M+m)+Mml^2} & \frac{mgl(M+m)}{I(M+m)+Mml^2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{\phi} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{I+ml^2}{I(M+m)+Mml^2} \\ \frac{ml}{I(M+m)+Mml^2} \end{bmatrix} u$$
$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

Este sistema possui uma entrada e duas saídas deverá atender os seguintes critérios de desempenho para 0.2m de referência:

- Tempo de estabilização para $x \in \theta$ menor que 5 segundos;
- Tempo de elevação de *x* menor que 1s;
- sobrevalor em θ menor que 20 graus;
- Erro em regime permanente dentro do limite de 2%.

A análise dinâmica do sistema pêndulo invertido com o carrinho é apresentada na figura (2.12):



Figura 2.12: Resposta ao degrau do sistema com controle lqr em malha aberta.

De acordo com o resultado acima, a curva em verde representa o ângulo, em radianos, e a curva em azul representa a posição em metros. Como mostrado, a resposta não é satisfatória. O ângulo excedente é bom, porém, os tempos de estabelecimento necessitam ser ajustados. Observa-se que o carrinho não está próximo da posição desejada, mas sim, deslocado para o lado oposto. Ajustando-se as variáveis x e y de modo a melhorar a resposta, tem-se os resultados mostrado na figura (2.13). Percebe-se que quando o deslocamento aumenta, reduz-se os tempos de acomodação e subida e diminui o ângulo de movimento do pêndulo.



Figura 2.13: Resposta ao degrau com controle lqr em malha fechada.

Os valores para x e y foram escolhidos por atenderem às especificações de desempenho, mantendo assim, estes parâmetros pequenos. Quando estas variáveis aumentam, maior também é o esforço de controle utilizado aumentando também à largura de banda do sistema em malha fechada. A partir deste controle, o sistema tem agora um tempo de assentamento de 2s. Analisando os resultados obtidos, conclui-se que o controlador LQR apresenta uma maior robustez devido este controlador apresentar uma resposta ótima à excitação introduzida no sistema. No entanto, pela sua complexidade matemática, o LQR necessita de um refinamento mais elaborado para que o controle seja realizado eficientemente numa relação custo benefício.

Capítulo 3

MODELO HÍBRIDO GENÉTICO-NEURAL

3.1 Metodologia do AG para Busca das Matrizes QR

3.1.1 Inteligência Computacional e Computação Evolutiva

Na literatura, algoritmos que são construídos tendo como base modelos biológicos naturais para resolver diversos problemas computacionais são denominados de computação evolutiva. De acordo com (SUMATHI; PANEERSELVAM, 2010), a Computação Evolutiva (CE) é fortemente baseada nos princípios da evolução natural. Uma população de indivíduos é inicializada dentro do espaço de busca de um problema de otimização para que $P(t) = \{x_i(t) \ S/1 \le i \le \mu\}$. O espaço de busca S pode ser o genótipo ou fenótipo dependendo da abordagem evolutiva particular que está sendo utilizada. A função *fitness f*, que é a função que está sendo otimizada, é utilizada para avaliar os indivíduos de qualidade de modo que $F(t) = \{f(x_i(t)) \in R \mid 1 \le i \le \mu\}$. Obviamente, a função *fitness* também precisará incorporar o mapeamento de fenótipo necessário caso o espaço de genótipos esteja sendo pesquisado. A pesquisa envolve a realização de recombinação de indivíduos para formar descendentes, mutações aleatórias e seleção da seguinte geração até surgir uma solução na população.

Os parâmetros p_r , p_m e p_s são as probabilidades de aplicar, respectivamente, a recombinação, mutação e seleção de Operadores. A recombinação envolve à mistura das características de dois ou mais indivíduos para formar descendentes na expectativa de que as melhores qualidades dos indivíduos sejam preservadas. As mutações, por sua vez, introduzem variações na população, ampliando assim a busca. Em geral, os operadores de recombinação e mutação podem ser transformações de identidade, de modo que é possível que os indivíduos sobrevivam à seguinte geração sem perturbações. E, Finalmente, os novos indivíduos ou modificados são reavaliados antes que o operador de seleção seja usado para reduzir a população de volta para um tamanho. O operador de seleção fornece pressão evolutiva de modo que os indivíduos mais aptos sobrevivem para a próxima geração.

As técnicas de inteligência computacional (IC) utilizadas em controle são, frequentemente, denominadas de controle inteligente e dentro desse contexto, algumas metodologias surgiram nas últimas décadas, tais como: *programação evolutiva*, (L.J. FOGEL, A.J. OWENS, M.J.WALSH FOGEL, 1966), *estratégia evolutiva*, (I. RECHENBERG and H.P.SCHWEFEL RECHENBERG, 1973) e algoritmos genético, (HOLLAND, 1975). De acordo com (PAS-SINO, 2004), o controle inteligente é baseado em simulação de processos biológicos. As áreas da biologia, neurociência cognitiva, psicologia entre outras, fornecem conceitos que podem ser usados para estabelecer a funcionalidade de sistemas de tomada de decisão aprimorados para automação de alta tecnologia. Segundo (MEYSTEL, 1985), controle inteligente é um procedimento e uma abordagem da teoria computacional eficiente para atingir metas de um sistema dinâmico de controle complexo, baseado em certos princípios de inteligência computacional em que os objetivos podem ser estendidos, por exemplo, como obtenção de requisitos desejados de desempenho e estabilidade do sistema.

O modelo para sintonia dos ganhos do projeto LQR, enfoca a seleção das matrizes de ponderação Q e R com o intuito de alocar a auto-estrutura do sistema dinâmico. Dessa forma, o problema é modelado como um mapeamento do espaço de matrizes reais ((Q, R)) em um controlador $K_{Q,R}$ que aloca uma determinada auto-estrutura.

3.2 Modelo Híbrido Neural-Genético

O modelo neural-genético proposto neste trabalho, representa uma fusão entre um algoritmo genético e uma rede neural recorrente para realizar a seleção das matrizes de ponderação e a solução da EAR, respectivamente. O objetivo é estabelecer uma busca instantânea das matrizes de ponderação Q e R e, em seguida, resolver a equação algébrica de Riccati por meio da RNAR com o menor tempo possível, de maneira que deve ser atendido à ação de controle do projeto LQR. Essencialmente, o controlador LQR pretende estabelecer a alocação de uma auto estrutura, especificamente, em sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas.

Este modelo híbrido funciona de forma sistemática para garantir a solução neural da EAR em que esta, deve está de maneira sincronizada com as matrizes de ponderação Q e R que são fornecidas pela ação computacional do algoritmo genético, conforme mostra a figura (3.1):



Figura 3.1: Modelo híbrido genético neural.

Em que;

- QR são as matrizes selecionadas pelo AG;
- *P* é a solução da EAR, obtida com a rede neural artificial;
- K_{lqr} é o vetor de ganhos do controlador, calculado com as matrizes $R \in P$.

A abordagem genética-neural tem como ganhos de vantagens ao utilizar o algoritmo genético, a obtenção de melhores soluções viáveis em tempo mínimo que as metodologias heurísticas de tentativas e erro. A vantagem da utilização de uma rede neural artificial recorrente, consiste em evitar operações com inversões de matrizes na solução da equação de Riccati. De acordo com (ABREU, 2008), além do paralelismo natural, a RNAR possui à vantagem de realizar a modelagem de sistemas realistas.

Neste capítulo, será abordado toda a metodologia do AG que está em consonância com o modelo de fusão neural-genético. A seção 3.3, trata dos aspectos teóricos de um AG canônico destacando sua esquematização, operadores genéticos e estratégia elitista. Na seção 3.4, é abordado o modelo de busca das matrizes de ponderação, utilizado para sintonizar o ganho do controlador e a solução do LQR, assim como os modelos que compõem o AG para realizar a busca

das matrizes de ponderação. A seção 3.5, expõe alguns conceitos básicos e definições de termos da teoria genética artificial dentro do contexto da modelagem genética das matrizes de ponderação e, a Seção 3.6 discute os modelos que compõem o algoritmo genético para a busca das matrizes de ponderação.

3.3 Definição Geral de um AG

Os Algoritmos Genéticos (AG's) são métodos de busca e otimização estocástica baseados na comparação implícita da evolução biológica natural. De acordo com (GOLDBERG, 1989), em geral, eles fazem parte da maior classe de Algoritmos Evolutivos (AE's) que também inclui programação evolutiva (PE), estratégias de evolução (EE) e programação genética (PG). Os AE's operam com uma população de soluções potenciais para um determinado problema, aplicando os princípios de sobrevivência, reprodução e mutação do mais apto para produzir aproximações sucessivamente melhores para a solução. Em cada iteração de um algoritmo evolutivo, uma nova geração de aproximações é criada pelos processos de seleção e a reprodução leva à evolução das populações de indivíduos mais adequados ao seu meio ambiente - o domínio do problema dos indivíduos que foram criados, da mesma forma como ocorre na adaptação natural (ZALZALA e FLEMMING, 1997).

Os AG's foram introduzidos como uma analogia computacional de sistemas adaptativos. Eles são modelados vagamente sobre os princípios da evolução através de Seleção natural, empregando uma população de indivíduos que sofrem seleção na presença de operadores indutores de variação, tais como mutação e recombinação (*crossover*). Uma função *fitness* é utilizada para avaliar indivíduos e o sucesso reprodutivo que varia com esta função (SUMATHI; PANEER-SELVAM, 2010). A ideia básica é que se apenas os indivíduos de uma população se reproduzem, atendendo a certos critérios de seleção e os outros indivíduos da população morrem, a população converge para os indivíduos que melhor atendem ao critério de seleção. O funcionamento básico do algoritmo genético é apresentado a seguir em alguns passos e pela figura (3.2):

- 1. Gera aleatoriamente uma população inicial;
- 2. Calcula e salva a *fitness* para cada indivíduo na população atual;
- 3. Define probabilidades de seleção para cada indivíduo para que seja proporcional à fitness;
- Gera a próxima população escolhendo probabilisticamente indivíduos da população atual para produzir descendentes através de operadores genéticos;

5. Repete o passo 2 até obter a solução satisfatória.



Figura 3.2: Estrutura de um Algoritmo Evolutivo de População Única.

Este paradigma descrito acima é geralmente aplicado para resolver a maioria dos problemas apresentados aos AG's. Embora não seja para encontrar a melhor solução, porém frequentemente, seria uma solução parcialmente otimizada. De maneira geral, um algoritmo genético é definido como uma *n*-upla (ABREU, 2008):

$$AG = (\Sigma, \Omega, m, P, f, X_s, X, \Psi, \tau)$$
(3.1)

Em que:

- Σ: representa o espaço de buscas ou (fenótipos);
- Ω: é espaço de representação genótipos;
- *P*: representa uma população de *m* indivíduos, ou seja, *P* = (b₁, b₂, ...b_n), sendo b_i uma possível solução para o problema para *i* = 1, ...*m*;

- *f*: representa a função objetivo (*fitness*), retornando um valor real e positivo na avaliação de cada indivíduo;
- X_s representa o operador de seleção de r pais para o cruzamento, $X_s : P \to \{P_1, P_2, ..., P_r\};$
- X: é o conjunto de operadores X_c (crossover) e X_M (mutação) os quais produzem s filhos a partir de r pais;
- Ψ : operador de substituição dos *s* indivíduos selecionados da geração P_t pelos *s* indivíduos obtidos da aplicação dos operadores X_C e X_M na nova geração P_{t+1} ;
- τ : Representa o critério de parada ou número predefinido de etapas.

Segundo (DAVIS, 1991), a representação canônica de um algoritmo genético tem à seguinte esquematização:

INICIALIZAÇÃO

Escolher uma população inicial de indivíduos; Determinar a *fitness* de cada indivíduo;

REPETE

Aplicar o operador de seleção X_S ; Aplicar o operador Crossover X_C ; Aplicar o operador Mutação X_M ; Determinar a fitness f de cada indivíduo para a atual população; Determinar a nova geração P_t por meio de Ψ ;

ATÉ que se aplique algum critério de parada.

3.4 Metodologia de Busca da Estrutura de Otimização Genética do LQR

Um dos métodos de busca das matrizes $Q \in R$ utilizado a princípio era o método por tentativa e erro. A escolha das matrizes de ponderação para o projeto LQR são as variáveis que serão utilizadas para sintonizar os ganhos ótimo do controlador. Pode ser visto em (FERREIRA, 2003) alguns aspectos importantes no contexto do desenvolvimento do projeto LQR. Para a determinação destas matrizes é necessário uma formulação adequada do problema que pode ser resolvida por combinação evolutiva, no intuito de encontrar o ganho do controlador *K*. Para determinação das matrizes de ponderações, a estrutura de otimização combinatória pode ser caracterizada como:

$$\min_{\mathcal{Q},\mathcal{R}} \sum_{i=1}^{n} p_i s_i(\mathcal{Q},\mathcal{R}) \tag{3.2}$$

s.a,

$$S_i(Q,R) \le 1$$
 $i = 1,...,n$
 $\lambda_{ei} \le \lambda_{ci}(Q,R) \le \lambda_{di}$ $i = 1,...,n$

em que p_i são as ponderações relacionadas à sensibilidade s_i/ε_i normalizada em relação a *ith* especificação de projeto e $\varepsilon_i > 0$. Neste modelo, a representação genética das matrizes Qe R são abordadas através das operações entre os cromossomos que chegam às avaliações de desempenho. De acordo com (ABREU, 2008) a operação de seleção é baseada nos valores da função de desempenho com o modelo cromossômico que representa as matrizes de ponderações Q e R, sendo estas matrizes simétricas semi-definidas e definidas positivas, respectivamente. O índice de desempenho menor ou igual a n, significa que a maioria das sensibilidades foram satisfeitas, servindo como indicador global de convergência do processo de busca.

3.5 Conceitos e Definições

A similaridade entre um AG e o sistema natural é apresentada para explicar os termos básicos da computação evolutiva utilizados neste trabalho. Esta semelhança é feita por meio das matrizes de ponderação de estado Q e a matriz de controle R. Um cromossomo artificial é uma estrutura de dados que representa uma das possíveis soluções do espaço de busca do problema dadas pelo par de matrizes $Q \in \mathbb{R}^{nxn}$ e $R \in \mathbb{R}^{mxn}$. Segundo (ABREU, 2008), um elemento do tipo Q unido a um do tipo R é representado no formato de um código genético, chamado *genótipo*, geralmente dado como strings de números ou cadeias de caracteres. Pelo fato destas matrizes serem simétricas, pode-se considerar apenas os elementos diagonais e todas as componentes da parte superior em relação às entradas diagonais.

A quantidade de genes de um cromossomo associado ao problema pode ser representado pela seguinte relação $n_Q + n_R$, sendo que $n_Q = n(n+1)/2$ e $n_R = m(m+1)/2$. Cada gene possui um valor que é chamado de alelo, posição ou locus. Na genética artificial, para o caso específico das matrizes, o valor de cada elemento representa um alelo e seus índices (i, j) representam a posição. Os alelos podem ser representados nas bases numéricas, decimal, hexadecimal, binária, etc; este tipo de representação é genericamente chamado de alfabeto do modelo cromossômico. Durante o processo uma função de avaliação positiva, referente à função objetivo e suas restrições, é construída para avaliar a qualidade do cromossomo ou solução, chamada função de *fitness*. O processo de busca ou ciclo de busca consiste em uma série de passos sequenciais que envolve as operações cromossômicas, solução da equação algébrica de Riccati, cálculo dos ganhos de realimentação, cálculo de autovalores e autovetores, avaliação da função de *fitness* e a verificação do critério de parada. Cada indivíduo recebe uma pontuação com valores escalares determinados na fase de avaliação da função *fitness* ou também chamada *pré-fitness*. Esta fase compreende a determinação dos ganhos do controlador por meio da solução da EAR, organização do sistema de malha fechada e a computação dos autovalores e autovetores.

A função de *fitness* verifica as restrições, ordenando os indivíduos de acordo com um grau de aceitabilidade das auto estruturas. A figura (3.3), ilustra o fluxograma resumido do ciclo de busca do AG em que é inicializado com as matrizes iniciais de ponderação, sendo que após serem efetuadas as operações cromossômicas e aplicada a função de *fitness* para avaliar o desempenho de cada cromossomo, o Algoritmo Genético fornece as matrizes Q e R que serão utilizadas para exibir a solução da EAR, dada pela matriz de ganho. Posteriormente, verifica-se às especificações de projeto, isto é, se a auto-estrutura encontrada está dentro da faixa estabelecida pelo projetista. Uma vez que as especificações de projeto estejam satisfeitas, pontua-se cada autovalor e autovetor, do contrário, todo o processo é reiniciado pelo AG.



Figura 3.3: Ciclo de busca do AG.

3.6 Modelos Genéticos Artificiais

Os modelos genéticos geram às estratégias que produzem os elementos funcionais que realizam a busca das matrizes de ponderação. Estes elementos estão agrupados de acordo com suas funcionalidades: representações genéticas artificiais das operações cromossômicas e avaliação da função de *fitness* dirigida por modelagem da estrutura de otimização (3.2). Estes elementos estão ordenados para realizar a busca das matrizes Q e R utilizando o Algoritmo Genético cujo esquema está descrito abaixo:

Inicialização AG;
 Geração da população inicial;
 While n_{ger} ≠ n_{max};
 AG_{reprod};
 AG_{x-over};
 AG_{mut};
 AG_{cal};
 AG_{desemp};
 Fim do algoritmo.

As entradas do algoritmo genético QR são especificadas como as sensibilidades s_i^s e os autovalores λ_i^s . As matrizes Q e R são as saídas obtidas pelo AG. No esquema genético acima, o primeiro passo implementa o modelo das matrizes $Q \in R$ que estabelece a estrutura dos cromossomos do algoritmo genético e o modelo da população QR que estabelece o tamanho da população. No passo 2, implementa-se o modelo da população inicial que representa uma estratégia para gerar, respectivamente, as matrizes de ponderação simétricas, semi-definida positiva e definida positiva. O passo 3, implementa o critério de parada que é baseado no número de iterações da busca. Já no passo 4, implementa-se a estratégia de seleção de forma aleatória dos modelos de operação genética, que representam a escolha dos indivíduos para participar do cruzamento. Os passos 5 e 6 implementam às operações de *crossover* e *mutação*, respectivamente, definidas pelos modelos de operações genéticas, sendo que o crossover realiza a combinação de dois cromossomos individuais e a mutação realiza uma modificação aleatória nos genes dos indivíduos. No passo 7, apresenta-se a solução QR, a auto-estrutura de realimentação de estado e a pontuação individual. Enquanto que o passo 8 implementa um critério de sobrevivência, que consiste na comparação da função de fitness entre os descendentes do crossover e os indivíduos cromossômicos sob a operação de mutação. Os melhores indivíduos se unem na população da

Algoritmo Genético - QR $f(s_i^s, \lambda_i^s, Q, R)$

geração seguinte. Por fim, o passo 9 finaliza o algoritmo.

3.6.1 Matrizes Q e R

Para o sistema dinâmico, tem-se as matrizes $A \in \mathbb{R}^{nxn}$, $B \in \mathbb{R}^{nxm}$ e $C \in \mathbb{R}^{pxn}$ em que as dimensões das matrizes do modelo e as especificações do projeto LQR nos levam a agrupar as matrizes $Q \in \mathbb{R}^{nxn}$ e $R \in \mathbb{R}^{mxm}$ que devem obedecer às restrições do problema de otimização do LQR, cujas matrizes Q e R devem ser, respectivamente, simétricas, semi-definida positiva e definida positiva. Esta característica de simetria das matrizes de ponderação produz um modelo de matrizes triangulares superiores ou inferiores. Os indivíduos QR_z são modelados em termos de representação dos genes Q e R que possuem a seguinte forma:

$$QR_{z} = \bigcup_{j,i=1}^{n} q_{ij} \wedge \bigcup_{j,i=1}^{m} r_{ij} \quad com \qquad i \le j$$
(3.3)

em que $z = 1, ..., n_{ind}$, n é a ordem da matriz A do modelo dinâmico, m representa a quantidade de entradas ou número de colunas da matriz B, r_{ij} e q_{ij} são os genes da matriz QR_z e o termo n_{ind} representa o número de cromossomos individuais de uma população.

3.6.2 Estrutura da População QR

Conforme mostrado na equação (3.3), o cromossomo QR_z é um elemento composto por g genes, o qual defini, respectivamente, as matrizes de estado e controle $Q \in \mathbb{R}^{nxn}$ e $R \in \mathbb{R}^{mxm}$, em que a quantidade g depende da dimensão n da matriz dinâmica do sistema e do número de entradas m do sistema. A quantidade g de genes de uma solução cromossômica é determinada pela relação:

$$g = \frac{n(n+1) + m(m+1)}{2}$$
(3.4)

Para a população cromossômica, tem-se a seguinte relação:

$$QR_{n_{ind} \times g} = [QR_1; QR_2; QR_3; ...; QR_{n_{ind}}]$$
(3.5)

em que $n_{ind} \times g$ denota, respectivamente, a quantidade de indivíduos dos cromossômicos de uma população e a quantidade g de genes em cada solução cromossômica ou indivíduo. A população possui n_{ind} indivíduos e cada indivíduo possui $n_Q + n_R$ genes. Para a modelagem dos indivíduos QR, tem-se a seguinte condição:

$$qr_z^w = \begin{cases} q_{ij}, & w < n_Q + 1, \ i, j = 1, ..., n_Q, \\ r_{ij}, & w > n_Q, \ i, j = 1, ..., n_R. \end{cases}$$
(3.6)

sendo $z = 1, ..., n_{ind}, n_Q$ e n_R são as quantidades dos elementos das matrizes de ponderações simétricas, o parâmetro *w* representa a posição do alelo no cromossomo *QR*.

3.6.3 Modelo da População inicial

Para a geração aleatória das matrizes de ponderações Q e R é apresentado o seguinte modelo:

$$q_{i,j} = \begin{cases} p_{Q_{\alpha}} + p_{Q_{\beta}} \kappa_{Q_{ii}}, & i = j \\ p_{Q_{\gamma}} \kappa_{Q_{ii}}, & i \neq j. \end{cases}$$
(3.7)

em que $p_{Q_{\alpha}}$ e $p_{Q_{\beta}}$ são, respectivamente, os parâmetros fixos e variáveis dos elementos da diagonal q_{ij} , sendo estes parâmetros equivalentes para toda a população. Já o parâmetro $\kappa_{Q_{ii}}$ trata-se de uma variável aleatória que pondera o parâmetro variável $p_{Q_{\beta}}$ de maneira isolada para cada gene. O parâmetro $p_{Q_{\gamma}}$ é o mesmo para cada elemento não diagonal e o parâmetro $\kappa_{Q_{ii}}$ assume valores aleatórios para cada elemento da matriz Q. Para o modelo de geração do indivíduo para a matriz R, segue-se a ideia do modelo de geração do indivíduo da matriz Q, possuindo a seguinte forma,

$$r_{i,j} = \begin{cases} p_{R_{\alpha}} + p_{R_{\beta}} \kappa_{R_{ii}}, & i = j \\ p_{R_{\gamma}} \kappa_{R_{ij}}, & i \neq j. \end{cases}$$
(3.8)

Esses parâmetros permitem manter a população em uma certa região do espaço de solução de maneira a garantir às devidas restrições de positividade para às matrizes de ponderação Q e R.

Capítulo 4

REDES NEURAIS ARTIFICIAIS - RNA

4.1 Uma breve visão introdutória

As redes neurais são compostas por simples neurônios conectados de forma intrínseca. Tendo as estruturas semelhantes às suas contrapartes biológicas, as redes neurais artificiais são modelos representativos e computacionais que processam informações de forma paralela e distribuída. As redes neurais de *feedforward* e as redes neurais recorrentes são duas classes principais dos modelos de rede neural. No trabalho de (RUMELHART et al, 1986) é apresentado as redes neurais rígidas e de avanço, também conhecidas como perceptron multicamada que são geralmente utilizadas como modelos representativos treinados utilizando um algoritmo de aprendizagem com base em um conjunto de dados amostrais de entrada e saída.

De acordo com (FIERRO e LEWIS, 1999), as redes neurais multicamadas são aproximações universais e podem ser treinadas com um número limitado de amostras, possuindo uma boa capacidade de generalização. (NARENDRA e PARTHASARATHY, 1990), verificaram que em sistemas de larga escala contendo um grande número de variáveis e sistemas complexos no qual, pouco conhecimento analítico está disponível são exemplos típicos de aplicações potenciais de redes neurais. As redes neurais recorrentes, como as redes de Hopfield (HOPFIELD, 1982), são utilizadas em geral como modelos computacionais para resolver problemas computacionalmente intensivos.

Em certas aplicações que necessitam ser analisadas em tempo real, como problemas de computação em otimização combinatória, as redes neurais possuem larga vantagem em relação às abordagens tradicionais para esse tipo de aplicação, pois, o processamento de informações neurais é inerentemente concorrente. Em pesquisas na área de controle muito se tem abordado sobre os reguladores lineares-quadrático LQR e projeto de sistemas utilizando o controlador

 $H\infty$ em diversas aplicações reais em que seus resultados são provenientes de uma sofisticada formulação do problema a ser controlado, garantindo assim, uma sequência lógica de passos para encontrar a solução e propriedades robustas com respeito a variações bastante grandes dos parâmetros do sistema. O problema em se projetar um sistema de controle com realimentação linear para minimizar um índice de desempenho quadrático pode ser simplificado ao problema de se obter uma solução simétrica e definida positiva de uma equação matricial de Riccati.

Nas últimas quatro décadas, vários algoritmos numéricos foram desenvolvidos para a resolução da equação algébrica de Riccatti, por exemplo: (GARDINER e LAUB, 1991) e (SALAMA e GOURISHANKAR, 1974). Devido à natureza distribuída em paralelo da computação neural, redes neurais podem ser um modelo de computação viável para sintetizar sistemas de controle linear em tempo real. (WANG e WU, 1993), desenvolveram redes neuronais *feedforward* e recorrentes com o objetivo de resolver uma grande variedade de problemas em álgebra matricial. Particularmente, as redes neurais recorrentes, foram desenvolvidas para a decomposição LU e fatoração de *Cholesky*. Os resultados dessas investigações estabeleceram a base para a resolução da equação matricial de Riccati com a utilização de redes neurais em tempo real.

Este capítulo tem como objetivo apresentar a abordagem de uma rede neural recorrente multicamada para resolver a equação algébrica de Riccati. A RNAR irá trabalhar em paralelo com um AG aqui proposto para realizar a busca das matrizes de ponderação $Q \ e R$, visto que, a equação algébrica de Riccati está associada ao projeto LQR na minimização de uma função custo oriunda da planta de 6^a ordem do sistema dinâmico utilizado neste trabalho para análise que é o gerador de indução duplamente alimentado DFIG. Ao resolver a equação matricial, a rede neural recorrente proposta será capaz de obter uma solução única, simétrica, definida e positiva.

4.2 Determinação da Equação Algébrica de Riccati

Nas aplicações em sistemas de controle ótimo linear quadrático, surge o problema de se resolver a equação algébrica de Riccati para que seja possível realizar a análise e sumarizar o sistema dinâmico. Apresenta-se aqui, a abordagem de uma rede neural artificial recorrente RNAR no sentido de transformar um problema de estrutura de otimização restrita em um problema de otimização irrestrita. É importante ressaltar a necessidade de se garantir que a solução da equação algébrica de Riccati seja simétrica e definida positiva e, para que isso seja possível, utiliza-se a fatoração de *Cholesky* já que a EAR possui múltiplas soluções e, portanto, uma restrição adicional é incluída para se obter esta solução desejada para equação algébrica de Ric-

cati. A princípio é apresentado um sistema dinâmico em espaço de estado, para o problema do regulador do valor assumido na saída do sistema de modo que o sinal de erro gerado pela diferença entre o valor de saída e o desejado seja mínimo.

Considere um sistema de equações lineares de estado, completamente observável e sem ruído, dado pelo Problema de Valor Inicial (PVI):

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t), \quad com \quad x(0) = x_0.$$
 (4.1)

em que $x(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estado, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de controle que minimiza a função custo, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ são as matrizes associadas aos vetores de estado x(t) e ao vetor de entrada, respectivamente, x_0 representa o vetor de estado inicial dado de modo que $m \le n$. Sendo todas as variáveis de estado mensuráveis, pode-se então determinar uma lei de controle de realimentação de estado linear descrita pela relação u(t) = -Kx(t) que é aplicada ao sistema dado pela Eq. (4.1). Dessa forma, o sistema pode ser reescrito como:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t)$$
 (4.2)
 $\dot{x} = Ax(t) - BKx(t)$
 $\dot{x} = (A - BK)x(t)$ $x(0) = x_0.$ (4.3)

em que $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ representa a matriz de ganho de realimentação de estado.

Para minimizar os sinais de controle e estado do sistema de realimentação, deve-se minimizar um índice de desempenho quadrático conforme equação (4.3) já abordada no capítulo 2. Se as matrizes *A* e *B* forem constantes, então a matriz de ganho ótimo do sistema realimentado pode ser extraída a partir de $K^* = R^{-1}B^tP$, com $K^* \in \mathbb{R}^{m \times n}$, em que *P* é a solução simétrica e definida positiva da equação (2.33) que representa a EAR contínua no tempo, sendo *A* e *B* as matrizes provenientes da planta do sistema dinâmico.

$$minJ = \int_0^\infty \left[x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t) \right] dt$$
(4.4)

Sujeito às restrições do sistema linear. Em que:

- Q é a matriz de ponderação simétrica e definida positiva para x(t);
- R é a matriz de ponderação simétrica definida positiva para u(t).

4.3 Método de Fusão Neural-Genético

De acordo com (ABREU, 2008), os controladores ótimos LQR estão fundamentados nos paradigmas da inteligência computacional. A Figura (4.1) mostra um esquema da abordagem proposta do projeto inteligente LQR que baseia-se no encadeamento do AG e da RNAR. O AG é designado em realizar à busca das matrizes de ponderação e detalhes da avaliação do desempenho de sua convergência. Uma avaliação do ajuste dos parâmetros é abordado em (ABREU, 2008), haja visto que, a EAR é avaliada em termos da estabilidade e solvabilidade para vários sistemas dinâmicos. As matrizes de ponderação Q e R são parâmetros da equação algébrica de Riccati, sendo que a matriz P que representa a solução da EAR, fornece os ganhos do controlador K, de modo a determinar a lei de controle dada por u.



Figura 4.1: Modelo híbrido neural-genético.

De acordo com os métodos clássicos já citados para determinação das matrizes de ponderação Q e R e à solução da EAR, a figura (4.2) ilustra o esquema de controle inteligente que é a proposta de fusão neural-genética desta pesquisa.



Figura 4.2: Esquema de controle inteligente.

4.4 Formulação do Problema

Conforme já mencionado, devido a equação algébrica de Riccati possuir múltiplas soluções, então se faz necessário a utilização de uma restrição a ser inserida visando obter uma única solução dada pela matriz $P = P^T > 0$ simétrica e definida positiva. Após, a inserção desta restrição, a EAR pode ser reescrita de acordo como a fatoração de *Cholesky* $LL^T = P$, sendo a matriz $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ triangular inferior com elementos diagonais positivos. Denotando-se \tilde{P} e Λ como matrizes em blocos, então a EAR na forma matricial fica:

$$\tilde{P}\Lambda\tilde{P}^T = Q + I \tag{4.5}$$

em que *I* é a matriz identidade e $\tilde{P} = (P,I)$ e;

$$\Lambda = \begin{bmatrix} S & -A \\ -A^T & I \end{bmatrix}$$

Sendo Q uma matriz simétrica e definida positiva, então (Q+I) será sempre simétrica e definida positiva, tem-se que a matriz Λ também será simétrica. Deste modo, o problema de síntese do LQR é reorganizado por meio da solução das seguintes equações:

$$\tilde{P}\Lambda\tilde{P}^T = Q + I \tag{4.6}$$

$$LL^T = P \tag{4.7}$$

4.5 Arquitetura da Rede Neural Recorrente

Após a reformulação do problema de síntese do LQR, visto na seção anterior, tem-se que a resolução da EAR associado ao controlador LQR pode ser considerada como um problema de otimização irrestrito, de modo que, conhecendo-se as matrizes $A, B, Q \in R$, deve-se encontrar as matrizes $P \in L$ que, de fato, irão minimizar uma função energia tal que:

$$\min_{P,L} \xi (PSP - A^T P - PA - Q + LL^T - P)$$
(4.8)

sendo que $S = BR^{-1}B^T$ e $\xi_{ij} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é uma função convexa limitada inferiormente que satisfaz a soma algébrica da EAR com o fator de *Cholesky*, sendo expressa na forma escalar por:

$$\left[\sum_{k=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}p_{ik}s_{kl}p_{lj} - \sum_{k=1}^{n}\left(a_{ki}p_{kj} + p_{ik}a_{kj}\right) - q_{ij}\right] + \left[\sum_{k=1}^{\min(i,j)}l_{ik}l_{jk} - p_{ij}\right]$$
(4.9)

Para resolver a EAR, o sistema dinâmico composto por equações não-lineares e a rede neural recorrente é representado da seguinte forma:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_{ij}(t)}{\mathrm{d}t} = -\eta_{\mathbf{v}} \left\{ \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} [\mathbf{v}_{ik}(t)s_{kl}u_{lj}(t) + u_{ik}(t)s_{kl}\mathbf{v}_{lj}(t)] - \sum_{k=1}^{n} [a_{ik}u_{kj}(t) + u_{ik}(t)a_{jk}] - y_{ij}(t) \right\}$$
(4.10)

$$\frac{\mathrm{d}z_{ij}(t)}{\mathrm{d}t} = -\eta_z \left\{ \sum_{k=j}^n y_{ik}(t) z_{kj}(t) \right\}, \quad i \ge j$$
(4.11)

$$u_{ij}(t) = f_{ij} \left[\sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \mathbf{v}_{ik}(t) s_{kl} \mathbf{v}_{lj}(t) - \sum_{k=1}^{n} [a_{ki} \mathbf{v}_{kj}(t) + \mathbf{v}_{ik}(t) a_{kj}] + q_{ij} \right]$$
(4.12)

$$y_{ij}(t) = f_{ij} \left[\sum_{k=1}^{\min(i,j)} z_{ik}(t) z_{jk}(t) - \mathbf{v}_{ij}(t) \right]$$
(4.13)

Escrevendo estas equações na forma matricial, tem-se:

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{V}(t)}{\mathrm{d}t} = -\eta_{V}[\mathbf{V}(t)\mathbf{S}\mathbf{U}(t) + \mathbf{U}(t)\mathbf{S}\mathbf{V}(t) - \mathbf{A}\mathbf{U}(t) - \mathbf{U}(t)\mathbf{A}^{T} - \mathbf{Y}(t)]$$
(4.14)

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{Z}(t)}{\mathrm{d}t} = -\eta_z \mathbf{Y}(t)\mathbf{Z}(t) \tag{4.15}$$

$$\mathbf{U}(t) = \mathbf{F}[\mathbf{V}(t)\mathbf{S}\mathbf{V}(t) - \mathbf{A}^{T}\mathbf{V}(t) - \mathbf{V}(t)\mathbf{A} + \mathbf{Q}]$$
(4.16)

$$Y(t) = F[Z(t)Z(t)^{T} - V(t)]$$
(4.17)

Em que $\mathbf{U}(t) = [u_{ij}(t)], \mathbf{V}(t) = [\mathbf{v}_{ij}(t)]$ e $\mathbf{Y}(t) = [y_{ij}(t)]$ são matrizes quadradas de ativação dos estados e $\mathbf{Z}(t) = [z_{ij}(t)]$ uma matriz quadrada triangular inferior dos estados. $V(0) = V(0)^T$, com $Y(0) \neq 0, \eta_v$ e η_z são os pesos representando os parâmetros positivos de ajuste da rede e $F = [f_{ij}]$ é uma matriz simétrica de funções de ativações não decrescentes. Quando F é simétrica V(t), U(t) e Y(t) também são. Esta simetria entre as matrizes pode ser utilizada na realização da rede neural para reduzir o número de neurônios das camadas.

Na arquitetura da rede, os parâmetros η_v e η_z são projetados com o objetivo de garantir a

velocidade de convergência e o refinamento em torno da solução, fazendo com que a diferença entre duas interações subsequentes seja a menor possível, garantindo também a positividade da solução em regime permanente. A matriz *S* apresentada na Eq. (4.8) representa a influência da matriz de ponderação *R* uma vez que os ganhos do controlador ótimo são ajustados com base nas variações dos parâmetros $Q \in R$. A matriz de estado de ativação *V* para os neurônios na camada de saída representa o resultado computacional da matriz *P* e a matriz de estado *Z* representa o fator *Cholesky* para a matriz *P*.

Utiliza-se uma função de desempenho para medir o processo de treinamento da RNAR que é a função energia do *Erro Médio Quadrático* (EMQ). Esta função é aplicada na aprendizagem da RNAR, sendo definida da seguinte forma:

$$EMQ_{RNAR} = \frac{1}{2} \|e_{EAR} + e_{FCH}\|^2$$
(4.18)

em que e_{EAR} representa o erro associado a EAR e e_{FCH} é o erro associado ao fator de *Cholesky*.

A figura (4.3), apresenta a arquitetura da RNAR para resolver a equação algébrica de Riccati em que consiste em quatro camadas conectadas bidirecionalmente: uma camada de saída representada por V(t), uma camada de entrada representada por U(t) e duas camadas ocultas representadas por Y(t) e Z(t). Nesta estrutura cada camada é composta por arranjos de neurônios.



Figura 4.3: Arquitetura da RNAR com múltiplas camadas.

4.6 Treinamento da RNAR

O treinamento da RNAR designado para o sistema dinâmico não-linear tem como meta a determinação da solução da equação algébrica de Riccati, dada pela matriz **P** e do fator de *Cholesky* **L** referente ao problema de otimização irrestrito. Inicia-se o processo adotando os parâmetros matriciais *A*, *B*, *Q* e *R* que são fixos e os demais parâmetros são variáveis, fornecidos pelas camadas *P* e *L*. O objetivo deste processo de treinamento é fazer a atualização das camadas *P* e *L* dado uma condição inicial P^0 e L^0 em algum ponto da superfície da função energia. As taxas de aprendizagem da RNAR são fornecidas pelos parâmetros (η_z , η_v) que são responsáveis pela velocidade de convergência e refinamento em torno da solução, na medida que a diferença entre duas interações subsequentes seja mínima.

As camadas da rede neural recorrente possuem valores que serão estimados pelo método de *Runge-Kutta* que, posteriormente, as camadas de entrada *U* e oculta *Y* são atualizadas pelo funcionamento da função de ativação f_{ij} . Visto que, o método de *Runge-Kutta* retorna as camadas *P* e *L*, após cada iteração gera-se uma nova solução (*P*,*L*), obtendo-se uma nova energia gerada pela equação (4.8). A influência de cada camada no processo de treinamento da rede neural recorrente é apresentado na figura. Requere-se que a camada oculta referente ao fator de *Cholesky L*, tenha que convergir mais rapidamente que a camada de saída *P* que representa a solução da equação algébrica de Riccati, ou seja, a camada *L* deve atingir primeiro a camada em *Y* do que a solução *P*, caso contrário, a camada *L* não será atualizada e a camada *Y* que é responsável por uma ponderação na camada de saída *P* poderá convergir para uma solução instável devido a equação (4.17). Contudo, o fato de que a camada *L* deva convergir mais rapidamente que a camada *L* deva convergir mais rapidamente que a camada *P*, definindo, $\eta_z \ge \eta_v$, justifica-se pela garantia que em estado estacionário deve-se ter $P = P^T > 0$.

Após o procedimento descrito acima, a partir de então, o problema se resume a uma estrutura de otimização irrestrita, em que a rede neuronal é utilizada para realizar a busca de uma trajetória que convirja para um estado estável de energia mínima baseado no sentido inverso do gradiente, de acordo com suas equações dinâmicas. Contudo, a matriz de estado obtida pela camada *P* representa o resultado computacional da EAR e a matriz de estado obtida pela camada *L* representa a solução pelo fator de *Cholesky*. Quando os parâmetros (η_z , η_v) assumem valores elevados, mais rapidamente será a convergência. Assim, a convergência do processo de computação neural está vinculada com a seleção de um par de parâmetros com valores elevados.



Figura 4.4: Procedimento dinâmico do projeto LQR

4.7 Análise da Estabilidade e Solvabilidade da Rede Neural Recorrente (Resultados Analíticos)

Nesta seção, será abordado os aspectos de estabilidade e solvabilidade da RNAR proposta, através de uma análise pelo método direto de *Lyapunov* sustentado por dois teoremas fundamentais que garantem a estabilidade de sistemas dinâmicos não-lineares.

Teorema 4.7.1 (Estabilidade): De acordo com (WUANG and WU, 1998), se cada função de ativação for contínua, pelo menos, diferenciável por partes, monótona não-decrescente, ou seja:

$$\frac{\mathrm{d}f_{ij}(\xi)}{\mathrm{d}\xi} \ge 0$$

69

 $com -\infty < \xi < +\infty$ e $f_{ij}(\xi) = 0$, se $\xi = 0$, com (i, j = 1, 2, ...n), então a rede neural recorrente é assintoticamente estável, isto é, $\forall V(0) \in Z(0), \exists \tilde{Z}, \tilde{V}$ tal que:

$$\lim_{t \to \infty} Z(t) = \tilde{Z}$$
$$\lim_{t \to \infty} V(t) = \tilde{V}$$

e

Este resultado mostra que a transição do estado de ativação produz um fluxo de gradiente no qual minimiza a função energia ξ . No teorema a seguir, é apresentada uma condição necessária e suficiente de modo que o fluxo de gradiente convirja na direção da solução simétrica e definida positiva da EAR, P, para qualquer estado inicial.

Teorema 4.7.2 (Solvabilidade): Segundo (WUANG and WU, 1998), supondo que toda função de ativação seja contínua, pelo menos diferenciável por partes, monótona não decrescente, ou seja,

$$\frac{\mathrm{d}f_{ij}(\xi)}{\mathrm{d}\xi} \ge 0$$

para $-\infty < \xi < +\infty e f_{ij}(\xi) = 0$, se $\xi = 0$, então a matriz de estado estacionário da RNAR é sempre a solução simétrica e definida positiva para a EAR, para todo estado inicial simétrico V(0) e estados iniciais não-nulos Z(0), ou seja,

$$\forall V(0) = V(0)^T, \ \forall Z(0) \neq 0, \ \tilde{V} = P \Leftrightarrow$$
$$rank(\tilde{V}S - A) = n$$

em que todos os elementos diagonais em \tilde{Z} são não-nulos. Assim, a matriz de estado da RNAR converge para uma solução única *P* sendo simétrica e definida positiva da EAR se e somente se,

$$rank(\tilde{P}BR^{-1}B^T - A) = n$$

 $\forall i \operatorname{com} \tilde{l}_{ii} \neq 0$. Contudo, este teorema formula uma condição necessária e suficiente que garante a convergência global da solução definida positiva da equação algébrica de Riccati para quase todos os estados iniciais arbitrários, isto é, a matriz de estado V(t) pode alcançar a solução desejada dos dados estados iniciais sem satisfazer a condição. Desta forma, um método de se alcançar tal resultado é fixar V(0) e Z(0) com valores relativamente grandes de maneira que Ve Z sejam definidas positivas.
70

4.7.1 Vantagens e desvantagens da metodologia neural-genética

O algoritmo genético pode ser utilizado na forma de um esquema escalonado de modo a nos permitir computar as matrizes de ponderação $Q \in R$ de forma *off-line* para os modos de operações mais frequentes com o objetivo de trocar as matrizes dentre estes modos operacionais para um processo *on-line*. O algoritmo genético possui algumas desvantagens tais como: baixa velocidade devido ao número de parâmetros durante a modelagem, as condições iniciais e definições dos operadores genéticos, de modo a preservar à diversidade da população em todo o processo de evolução para as gerações.

A rede neural artificial recorrente possui a vantagem em utilizar informações preliminares para computar a solução da equação algébrica de Riccati, de tal maneira que, dada uma condição operacional estável, a quantidade de iterações necessárias para computar a nova solução da equação será inferior do que nas condições iniciais. No que se refere à convergência da rede neural, ocorre de forma rápida, comparada ao método de *Schur*, aplicado com o mesmo objetivo, necessitando computar a inversão, ordem e realizar transformações de similaridade com as matrizes. A rede neural artificial recorrente possui algumas desvantagens, tendo algumas limitações nas condições iniciais, dependência das matrizes de ponderação Q e R, e o valor inicial da solução da equação algébrica de Riccati durante o processo de treinamento da RNAR. Como o sistema a ser aplicado esta metodologia possui alta ordem e um grau maior de complexidade, a primeira condição inicial foi computada utilizando-se o método de *Schur* de modo a superar o problema de valor inicial da solução da EAR.

Capítulo 5

RESULTADOS COMPUTACIONAIS DA FUSÃO NEURAL-GENÉTICA APLICADA AO DFIG

O modelo de 6^a ordem referente à planta eólica com o gerador de indução duplamente alimentado é utilizado para avaliar o desempenho da metodologia híbrida proposta. O modelo linearizado do gerador de indução para fins de projeto é composto pelos modelos dos conversores de potência e a modelagem da turbina eólica. De acordo com a metodologia de controle, o projeto LQR se resume na determinação de uma lei de controle ótimo que seguirá de forma pontual os seguintes passos:

- Abordagem do sistema dinâmico através de equações diferenciais lineares que modelam o DFIG;
- Representação na forma de função de transferência e no espaço de estado das equações diferenciais;
- Utilização e análise da teoria de controle;
- Sintonia do ganhos dos projetos LQR, método de Bryson e do AG;
- Utilização da RNAR para resolver a EAR.

5.1 Representação na forma de espaço de estados

O sistema de equações diferenciais que corresponde a planta do DFIG é acoplado na representação em espaço de estados, conforme segue:

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta u \tag{5.1}$$

$$\Delta y = C \Delta x \tag{5.2}$$

em que Δx e Δu são vetores de estado e entrada da planta DFIG, respectivamente. Estes vetores estão linearizados da seguinte forma:

$$\Delta x = \left[\Delta i_{dr} \,\Delta i_{qr} \,\Delta \omega_r \,\Delta i_d \,\Delta i_q \,\Delta V_{dc}\right]^T \tag{5.3}$$

$$\Delta u = \left[\Delta v_{dr} \,\Delta v_{qr} \,\Delta T_e \,\Delta v_d \,\Delta v_q\right]^T \tag{5.4}$$

As matrizes do sistema dinâmico na representação em espaço de estado são obtidas a partir da substituição dos parâmetros de projeto nas equações apresentadas no capítulo 2. As matrizes para o sistema são as seguintes:

$$A_r = \begin{bmatrix} -39.4 & 0.39 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.27 & -55.7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -21.9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -24.5 & 0.63 & 19.8 \\ 0 & 0 & 0 & -1.27 & -18.0 & 0.72 \\ 0 & 0 & 0 & -69.1 & -0.08 & -1.78 \end{bmatrix}$$
(5.5)

Enquanto que a matriz de controle é dada por:

$$B = \begin{bmatrix} -12.46 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12.46 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -21.9 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5.71 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5.71 \\ 0 & 0 & 0 & -0.71 & 0 \end{bmatrix}$$
(5.6)
$$C = \begin{bmatrix} 3.14 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.51 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10.02 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -42.66 & 0.63 & 19.8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.29 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.06 \end{bmatrix}$$
(5.7)

5.2 Análise dos Resultados

Os resultados obtidos através do controle inteligente LQR, especificamente utilizando o algoritmo genético, são as matrizes $Q \in R$, em que Q representa a matriz dos estados e R representa a matriz de controle, visto que, estes parâmetros do AG são os parâmetros do sistema dinâmico, assim como, especificações de controle, dimensão do cromossomo individual e o número de indivíduos da população. A fim de resolver o índice de desempenho associado ao LQR, necessita-se, primeiramente, resolver a EAR, e esta depende das matrizes de ponderação $Q \in R$. (ABREU, 2008), estas matrizes devem ser semi-definida e definida positiva, respectivamente, afim de que se realize a alocação da auto-estrutura que é imposta pelos controladores LQR de modo a ajustar os ganhos ótimos do controlador LQR que são desenvolvidos pelo algoritmo genético. As matrizes $Q \in R$ projetadas são:

$$Q = \begin{bmatrix} 17.9059 & 1.3166 & 1.8866 & 1.9004 & 1.9456 & 4.1930 \\ 1.3166 & 24.9296 & 3.6264 & 0.9603 & 2.5072 & 10.8250 \\ 1.8866 & 3.6264 & 19.8381 & 6.4363 & 1.9742 & 1.8484 \\ 1.9004 & 0.9603 & 6.4363 & 55.7298 & 1.6619 & 1.6578 \\ 1.9456 & 2.5072 & 1.9742 & 1.6619 & 62.4539 & 1.3268 \\ 4.1930 & 10.8250 & 1.8484 & 1.6578 & 1.3268 & 71.8685 \end{bmatrix}$$
(5.8)

$$R = \begin{bmatrix} 31.4332 & 0.6452 & 0.6303 & 0.7783 & 0.6602 \\ 0.6452 & 34.1290 & 0.7579 & 0.3897 & 0.6098 \\ 0.6303 & 0.7579 & 37.6576 & 0.5580 & 0.8556 \\ 0.7783 & 0.3897 & 0.5580 & 47.2389 & 0.6804 \\ 0.6602 & 0.6098 & 0.8556 & 0.6804 & 52.5567 \end{bmatrix}$$
(5.9)

Estes resultados foram obtidos a partir dos dados iniciais considerados para população inicial como: as dimensões das matrizes $Q \in R$ e uma dada população constante com 150 indivíduos. A Figura (5.1) mostra o resultado da sensibilidade final normalizada a partir da seleção de cada população de indivíduos:

Na figura (5.1) percebe-se uma heterogeneidade genética que se inicia do indivíduo 20 até perto do indivíduo 30, em que são vistos pequenos valores caracterizando baixa diversidade genética que, embora possua genes iguais, porém não evolui, e quanto maior a perda de diversidade, mais rápida será a convergência genética do algoritmo genético. Estas análises importunam em uma população satisfatória para dá início ao processo de busca das matrizes Q e R. No processo de inicialização do algoritmo, vários indivíduos possuem sensibilidade que



Figura 5.1: Sensibilidade total para cada indivíduo da população inicial

satisfazem, a condição que está associada à estrutura de otimização para executar à busca das matrizes. As análises de sensibilidades associadas aos autovalores e população final podem ser encontradas em (ABREU, 2008) em que tem-se os resultados para os indivíduos viáveis das gerações que foram obtidos com a evolução do AG para a população final, os quais atenderam às restrições de sensibilidades do algoritmo.

Em relação à população final, a figura (5.2), mostra o perfil da função objetivo caracterizado pela soma das sensibilidades com a média da função de *fitness* para cada indivíduo da população final durante o processo de busca das matrizes em que, a média da função objetivo para a população, apresentou uma boa evolução até a 30° geração e, a partir disso, a média da função objetivo exibe um bom desenvolvimento até o 30° indivíduo. Assim, pela figura (5.2) pode-se concluir que a partir da geração de indivíduos citada, o processo não se desenvolveu e a soma das sensibilidades dos indivíduos factíveis para cada geração possui o valor 12.54 e a soma das médias da função de *fitness* corresponde a 3.905. A figura (5.3) ilustra o cálculo da função de desempenho *fitness* realizada pelo AG, sendo dado pela soma do desempenho de cada autovalor e de cada autovetor associado à sensibilidade da população total que, neste caso, é idealizada com 50 indivíduos. Desta forma, conclui-se que o AG apresenta bons resultados.







Figura 5.3: Função fitness e os respectivos autovalores obtidos.

A figura (5.4) ilustra uma distribuição de frequência da população inicial, referente à parte imaginária do autovalor λ_4 , em que verifica-se uma distribuição assimétrica à direita (desviada) positiva, implicando uma probabilidade maior de obter um indivíduo que satisfaça às devidas restrições de alocação da auto-estrutura desejada pelo AG. Enquanto que na figura (5.5) mostrase a população inicial para o autovalor λ_1 , representando uma distribuição de frequência ligeiramente semelhante a uma distribuição simétrica cuja média coincide com a mediana e a moda, ou seja, há uma maior probabilidade de se obter valores maiores à direita da distribuição, de modo a satisfazer às restrições de projeto do AG. Verifica-se que dentro da faixa $\begin{bmatrix} -2.5 & -1.5 \end{bmatrix}$ os indivíduos referente aos autovalores da parte imaginária possuem maiores probabilidades de atenderem às especificações de obtenção dos autovalores no projeto do AG.



Figura 5.4: Desempenho do algoritmo genético via autovalores.



Planta-ordem₆ - População Inicial - Sensibilidade 1 Normalizada

Figura 5.5: Desempenho do algoritmo genético via autovetores associados.

5.2.1 Solução da Equação Algébrica de Riccati via Método de Schur

Para a computação da solução da EAR, utiliza-se como método comparativo o Método de *Schur* que, diferentemente do método de *Newton*, não requer uma aproximação inicial para a solução. Este método comparativo é uma das metodologias mais clássicas para solucionar a equação algébrica de Riccati que, por sua vez, é aplicado para contornar às dificuldades de

computação numérica associadas com a utilização dos autovetores das matrizes hamiltonianas. Desta forma, a EAR pode ser resolvida reduzindo a matriz Hamiltoniana a uma forma matricial quase-triangular, fazendo-se uso de transformações ortogonais de similaridade que caracterizam o método de *Schur*. A solução via método de *Schur* da EAR é dada por:

$$P_{Schur} = \begin{bmatrix} -39.4065 & 0.6600 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -55.6935 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -21.9000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -13.3415 & -20.0968 & -16.7077 \\ 0 & 0 & 0 & 0.3378 & -13.3415 & 4.5773 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -17.5971 \end{bmatrix}$$
(5.10)

Os ganhos do controlador utilizando o método de Schur, conforme a EAR, são:

$$K_{Schur} = \begin{bmatrix} -0.062 & -0.005 & -0.034 & -0.011 & -0.013 & -0.076 \\ -0.005 & -0.070 & -0.032 & 0.004 & -0.040 & -0.134 \\ -0.004 & -0.004 & -0.022 & -0.029 & -0.005 & -0.020 \\ -0.000 & -0.007 & 0.047 & 0.180 & -0.002 & -0.244 \\ 0.004 & 0.012 & 0.006 & -0.001 & 0.180 & 0.012 \end{bmatrix}$$
(5.11)

Os autovalores obtidos para o sistema dinâmico DFIG com o controlador LQR são:

$$[-56.62, -40.20, -22.00, -18.67, -13.98 \pm j1.86]$$

Os ganhos do controlador via RNAR, conforme a EAR, são:

$$K_{RNAR} = \begin{bmatrix} -0.062 & -0.005 & -0.034 & -0.011 & -0.013 & -0.076 \\ -0.005 & -0.070 & -0.032 & 0.004 & -0.040 & -0.134 \\ -0.004 & -0.004 & -0.022 & -0.029 & -0.005 & -0.020 \\ 0 & -0.007 & 0.047 & 0.180 & -0.002 & -0.244 \\ 0.004 & 0.012 & 0.006 & -0.001 & 0.180 & 0.012 \end{bmatrix}$$
(5.12)

Analisando os dois resultados pelo método de *Schur* e pela RNAR, observa-se que ambos estão bem aproximados e, a rede neural recorrente se mostra mais estável, uma vez que essa

diferença torna-se imperceptível, devido está em uma precisão decimal das soluções após a oitava casa decimal. Observa-se ainda que os autovalores do sistema e as diagonais das matrizes de ponderação $Q \, e \, R$ influenciam diretamente o desempenho e a convergência da rede neural recorrente, de modo que os valores das matrizes de ponderação podem ser reduzido ou aumentado de forma uniforme, melhorando assim a solução da EAR.

5.2.2 Análise da Resposta ao degrau para o sistema eólico com e sem controlador

A análise da resposta ao degrau para o sistema projetado, mostrada nas Figuras (5.6) e (5.7), é executada com o objetivo de avaliar com mais precisão o comportamento do sistema dinâmico para o DFIG. De acordo com as figuras, o projeto LQR utilizando a metodologia de fusão neuro-genética proporcionou um aumento no fator de amortecimento correspondente a ambas entradas, ou seja, o projeto exibiu menor *overshoot* e entrou em regime permanente primeiro que a planta sem o controlador.



Figura 5.6: Avaliação do sistema eólico dos estados com controlador.

Conforme já dito anteriormente, a planta referente ao DFIG é de 6^a ordem e, trata-se de um sistema multivariável, desta feita, a análise utilizando o diagrama de Bode não é possível. Propõe-se neste trabalho, a utilização da decomposição em valores singulares (SVD) também conhecido como diagrama de Bode Multivariável, de modo a avaliar o comportamento do sis-



Figura 5.7: Resposta ao degrau para cada canal do controlador LQR para a planta de 6ª ordem.

tema no domínio da frequência. As figuras (5.8) e (5.9) mostram às respostas em frequência dos valores singulares com os controladores gerados por todos os indivíduos factíveis da população final, obtendo uma resposta com bastante aproximação. O ganho de malha, mostrado na figura (5.9), representa a quantidade mais relevante a ser verificada para a análise de desempenho do sistema em malha fechada da planta eólica. Para os requisitos de acompanhamento do sinal de referência, rejeição de perturbações e insensibilidades à variações da planta, exigem que o ganho de malha seja relativamente grande, sendo que o requisito de rejeição do erro de medida exige que o ganho de malha seja pequeno. É exibido o traçado da magnitude de Bode no sistema MIMO dos valores singulares versus a frequência, em que observa-se que o ganho de malha deve ser grande em baixas frequências e pequeno nas altas frequências, nas quais estão presentes os ruídos dos sensores de modo a garantir o desempenho robusto na região em que a dinâmica não modelada pode estar presente para estabilidade robusta.



Figura 5.8: Resposta em valores singulares da planta eólica.



Figura 5.9: Resposta em valores singulares para o sistema MIMO com ganho de malha.

5.2.3 Análise da RNAR para solução da EAR via sintonia de parâmetros

Esta análise da rede neural recorrente proposta está direcionada para solucionar a equação algébrica de Riccati no sentido de mostrar às propriedades de convergência da RNAR. Tais propriedades são classificadas em termos da velocidade obtida pelas quantidades de iterações em termos da convergência de uma solução única e estável (ABREU, 2008). Tem-se como parâmetros de ajustes η_v e η_z , conforme as equações (4.14) e (4.15), sendo amparados pela

norma do infinito e pelas superfícies de energia da matriz referente à solução da equação algébrica de Riccati. Para um par de parâmetros, $\eta_v \in \eta_z$ a análise de convergência é realizada em termos da velocidade e unicidade da solução da EAR. Em relação às superfícies da norma do infinito e da energia, ambas sendo função dos parâmetros de ajustes, serão avaliadas a fim de definir uma inicialização para refinar as características de estabilidade para à convergência e solvabilidade da RNAR.

A princípio avalia-se o impacto de variações ocasionados pelos parâmetros de sintonia através das superfícies da norma do infinito e função energia. Em seguida, analisa-se o desempenho da rede neural recorrente através da velocidade de convergência e a solvabilidade da EAR. A figura (5.10) mostra a superfície para a norma do infinito correspondente à matriz de entrada U, com variação dos parâmetros $\eta_V \in \eta_z$.



Figura 5.10: Superfície da norma do infinito com variação de η_v e η_z .

A superfície da função energia é apresentada na figura (5.11), em que observa-se uma pequena perda de energia na região em que se encontra à variação dos parâmetros $\eta_v \in \eta_z$, conforme se modifica os intervalos no gráfico. Esta variação pode ser vista como uma métrica de modo a estabelecer os parâmetros de projeto para refinamento da solução da EAR.



Figura 5.11: Superfície de energia com variação dos parâmetros η_v e η_z .

A partir da análise do gráfico mostrado na figura (5.11), verifica-se que após a energia consumida, tem-se um erro satisfatório no que se refere à solução da EAR, o que pode ser previsto o ponto de operação do sistema. É Analisado na figura (5.12), a superfície da norma do infinito para variação dos parâmetros $\eta_v \in \eta_z$ nos seguintes intervalos [2000 10000] e [0 1.5 × 10⁶] respectivamente. Estes resultados revelam uma harmonia entre a norma do infinito e a função energia permitindo determinar de modo preciso os parâmetros $\eta_v \in \eta_z$.



Figura 5.12: Superfície da norma do infinito para variação dos parâmetros $\eta_v \in \eta_z$.

A figura (5.13) tem como resultado a energia da solução da EAR em função do número de interações durante o processo de treinamento da RNAR com variação dos parâmetros η_v e η_z atuando na planta eólica de 6^a ordem. No processo de interações foram utilizadas uma quantidade N = 800 de amostras e um intervalo de tempo $\Delta t = 5 \times 10^{-5}$.



Figura 5.13: Energia obtida após várias interações.

5.2.4 Convergência da RNAR

A convergência da RNAR nos leva a verificar na solução da EAR, principalmente, a unicidade da solução, a simetria entre as matrizes, a forma definida positiva das matrizes de ponderação e a relação da taxa para atingir um valor que estabilize a solução, isto é, a estabilização da norma do infinito das quatro camadas da RNAR durante o processo de iteração. A figura (5.14) apresenta as normas do infinito para as quatro camadas $Z, U, Y \in V$ da rede neural recorrente, onde verifica-se que os valores da norma do infinito tendem a uma solução de estabilidade da EAR. Nota-se que, todos os elementos das camadas $U \in Y$ são nulos para $t \to \infty$. Enquanto que na figura (5.15) é apresentado um resultado estável para a norma do infinito nas camadas Ue Y com um bom ajuste dos parâmetros da rede neural recorrente.



Figura 5.14: Energia da solução da EAR para as camadas Z, U, Y e V com fator de Cholesky.



Figura 5.15: Solução da EAR associado à norma do infinito das camadas Z, U, Y e V.

Capítulo 6

PROPOSTA COM CONTROLADOR ÓTIMO $H\infty$

As técnicas de projetos de controladores mais utilizadas como o LQR, PID e LQG exigem apenas um modelo simples da planta a ser controlada. É natural perguntar: "O controlador projetado é robusto contra a incerteza e à perturbação?". Estes métodos de projetos de sistemas de controle não levaram em consideração, de modo explícito e quantitativo, a perturbação e a incerteza que estão associados a parâmetros negligenciados durante a modelagem do sistema.

Na literatura de controle, para projetar um controlador do tipo PID, com um desempenho razoavelmente bom, não é necessário um modelo preciso da planta a ser controlada. Os controladores PID foram considerados como tendo certa robustez no sentido de tolerar a incerteza do modelo. No entanto, deve-se ressaltar que, na concepção dos controladores PID, nenhuma informação quantitativa sobre a falta de correspondência do modelo é utilizada. Assim, os controladores PID às vezes podem não ser robustos.

O controle ótimo construído sobre o eminente trabalho de filtragem de *Wiener* em 1940, atingiu sua maturidade em 1960 com o *Linear Quadratic Gaussian* ou controle LQG. Engenheiros aeroespaciais foram, particularmente, bem sucedidos na aplicação do controlador LQG, porém, quando outros pesquisadores de controle tentaram utilizar esta mesma metodologia em problemas industriais diários, surgiu um problema diferente. A precisão dos modelos da planta não estavam disponíveis e a hipótese de ruídos nem sempre era relevante ou significante na prática para os engenheiros da área de controle. Como resultado, os projetos com LQG, às vezes, não garantiam a robustez o suficiente para serem utilizados na prática.

6.1 Uma breve visão histórica sobre o controlador $H\infty$

O projeto $H\infty$ desempenhou um papel importante no estudo e análise na teoria de controle desde a sua formulação original em uma configuração de entrada-saída com Zames em 1981. Neste período, com o influente trabalho de Zames, motivado pelas deficiências do controle LQG, houve uma mudança significativa para a otimização do $H\infty$ para o controle robusto de sistemas. As soluções do $H\infty$ na forma de espaço de estados foram rigorosamente derivadas para o caso linear invariante no tempo (LTI) que requeria à resolução de várias equações de Riccati associadas (DOYLE e STEIN, 1979).

As relações em espaço de estado são derivadas para todos os controladores que solucionam um problema $H\infty$ padrão: dado um número $\gamma > 0$, encontrar todos os controladores de modo que a norma $H\infty$, da função de transferência em malha fechada seja (estritamente) inferior a γ . Um controlador existe se, e somente se, as soluções de estabilização únicas para as duas equações algébricas de Riccati sejam positivas e o raio espectral de seu produto seja inferior a γ^2 . Esta formulação foi inteiramente baseada no domínio da frequência em que, Zames sugeriu que utilizar a norma $H\infty$ como uma medida de desempenho iria melhor satisfazer às demandas em aplicações comparado com o controle LQG.

Em um artigo proposto por (DOYLE e STEIN, 1979), o problema do $H\infty$ requer a solução de duas equações algébricas de Riccati (EAR) que, por sua vez, é solucionada. (P. GAHINET e P. APKARIAN, 1994) apresentam uma solução do problema $H\infty$, reduzindo-o a uma desigual-dade de matriz linear (LMI).

6.2 Objetivo da Metodologia $H\infty$

A obtenção de um controle ótimo utilizando-se o controlador $H\infty$, baseia-se em encontrar um controlador que estabilize um sistema, minimizando os efeitos de distúrbios encontrados no sistema dinâmico. De acordo com (CHEN, 1995), esta norma é agora utilizada para avaliar numericamente a sensibilidade, robustez e desempenho do controlador do sistema de realimentação em malha fechada.

A metodologia $H\infty$ utilizada na teoria de controle tem como principal objetivo sintetizar controladores de modo a alcançar à estabilização com desempenho garantido. Para usar os métodos $H\infty$, um projeto de controle expressa o problema de controle como um problema de otimização matemática e, em seguida, encontra o controlador que resolve essa otimização. As técnicas com o controlador $H\infty$ têm como vantagem em relação às técnicas de controle clássicas, facilidade às aplicações que envolvem problemas de sistemas multivariáveis com acoplamentos cruzados entre os canais. Entretanto, as desvantagens do $H\infty$ incluem o nível de compreensão matemática necessário para aplicá-las com sucesso e a necessidade de um modelo razoavelmente bom do sistema a ser controlado.

6.3 Modelo Matemático do $H\infty$

O termo $H\infty$ tem como origem o espaço matemático, sobre o qual ocorre a otimização. $H\infty$ é o espaço *Hardy* de funções (*Espaço de funções Holomórficas*) de matrizes que são analíticas e delimitadas na metade da parte direita aberta do plano complexo, definido por Re(S) > 0. Em análise complexa, os espaços Hardy (ou Hardy classes) H^n são espaços de funções holomórficas na unidade do disco ou no meio do plano superior.

A norma $H\infty$ é o máximo valor singular da função sobre esse espaço. Isso pode ser interpretado como um ganho máximo em qualquer direção e em qualquer frequência para os sistemas SISO caracterizando, efetivamente, a máxima magnitude da resposta em frequência. As técnicas do $H\infty$ podem ser utilizadas para minimizar o impacto de uma perturbação em malha fechada, dependendo sobre à formulação do problema, o impacto será medido em termos da estabilização ou do desempenho.

Entretanto, otimizar o desempenho robusto e a estabilização robusta, simultaneamente, não é uma tarefa muito fácil. Um método que se aproxima de alcançar uma facilidade é a modelagem em malha por $H\infty$, permitindo que o projeto de controle aplique conceitos clássicos de *loop-shaping* para a resposta em frequência multivariada para obter um bom desempenho robusto e, em seguida, otimizar a resposta perto da largura de banda do sistema de modo a alcançar uma boa estabilização robusta.

6.3.1 Modelo de Normas para sistemas

Para os sistemas lineares invariantes no tempo, causais e de dimensão finita um modelo de entrada-saída para tais sistemas tem a forma de uma função de convolução dada por:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t - \tau) u(\tau) d\tau$$
(6.1)

Esse sistema possui um modelo em espaço de estado dado por:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$
(6.2)

em que A, B, C, D são matrizes reais de dimensões apropriadas.

Seja G(s) a matriz de transferência do sistema dada por:

$$G(s) = D + C(sI - A)^{-1}B$$
(6.3)

A função de transferência G(s) pode ser representada na forma matricial do sistema reduzido como:

$$G(s) = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$
(6.4)

em que G(s) é uma matriz em bloco.

A norma $H_p \operatorname{com} 1 \le p \le \infty$ para sistemas multivariáveis é dada por uma função de transferência estável $G(j\omega)$:

$$\|G\|_{p} = \left(\int_{-\infty}^{\infty} |G(j\omega)|^{p} d\omega\right)^{\frac{1}{p}}$$
(6.5)

A norma H_{∞} é dada por:

$$\|G\|_{\infty} = \sup_{\omega} \bar{\sigma} |G(j\omega)| \tag{6.6}$$

em que $\bar{\sigma}$ é o máximo valor singular.

6.3.2 Matriz hamiltoniana

A solução para o problema do controlador $H\infty$, contém equações algébricas de Riccati em que, a seguinte matriz hamiltoniana é introduzida para simplificar a representação da solução da EAR. Considere a seguinte EAR:

$$A^{T}P + PA + Q - PBR^{-1}B^{T}P = 0 (6.7)$$

A solução que estabiliza a equação (6.7) é dada por P = Ric(H), em que H é dada por:

$$H = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix}$$
(6.8)

sendo $(A - BR^{-1}B^T P)$ estável.

6.4 Metodologia para implementação do controlador $H\infty$

6.4.1 Formulação do Problema

O procedimento da metodologia do controlador $H\infty$ é representado de acordo com a seguinte configuração padrão:



Figura 6.1: Controle de realimentação padrão.

Na forma matricial tem-se que:

$$\begin{bmatrix} z \\ v \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}$$
(6.9)

$$= \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}$$
(6.10)

Em que u = K(s)v.

A realização em espaço de estado da planta generalizada P é dada por:

$$P = \begin{bmatrix} A & \vdots & B_1 & B_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ C_1 & \vdots & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & \vdots & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}$$
(6.11)

A figura (6.1) representa uma descrição geral da estrutura do sistema de controle robusto em que P(s) é o modelo da planta generalizada com duas entradas, a entrada exógena w(t), que inclui sinal de referência e distúrbios, e as variáveis manipuladas u(t). Existem duas saídas, os sinais de erro z(t) que deseja-se minimizar e as variáveis medidas v(t), que utiliza-se para controlar o sistema, sendo K o modelo do controlador, v(t) é utilizado em K para calcular a variável manipulada u(t). Observe que todas estas variáveis, geralmente, são vetores enquanto que P e K são matrizes.

Da entrada w(t) para a saída z(t) tem-se o resultado da função de transferência em malha fechada denotado por $T_{zw}(s)$. P(s) pode incluir o modelo da planta e o modelo de geração de perturbações. Além disso, as incertezas também podem ser incluídas em P(s). De acordo com (CHEN, 1995), a ideia chave do controle robusto é separar a parte conhecida e a parte incerta sobre o sistema com incerteza em investigação.

Esta justificativa é apresentada na figura (6.2) em que, M(s) representa a parte conhecida do sistema incerto e $\Delta(s)$ denota a parte da incerteza. Normalmente, tem-se algum conhecimento limitado sobre $\Delta(s)$, como sendo a informação do limite superior. M(s), após algumas transformações na Figura (6.1), contém tanto a planta como o controlador. Ao projetar o controlador K(s), pode-se mudar M(s). A ideia é como projetar K(s) de modo que o sistema geral seja estável para todos os $\Delta(s)$ possíveis. Este processo é conhecido como *teorema do ganho pequeno*. As manipulações diretas fornecem a seguinte função de transferência em malha fechada:

$$T_{zw}(s) = P_{11}(s) + P_{12}(s)[I - K(s)P_{22}(s)]^{-1}K(s)P_{21}(s)$$
(6.12)

Esta expressão é conhecida como Transformação Fracional Linear (LFT) do sistema interconectado.

Em síntese, o objetivo do controle robusto é encontrar um controlador que estabiliza u(s) = K(s)v(s) de modo que $||T_{zw}(s)|| < 1$, isto é, minimizar a norma:

$$\|T_{z \to w}(P, K)\|_{\infty} \tag{6.13}$$

em que a norma está sujeita ao controlador K que estabiliza P internamente.



Figura 6.2: Esquema para o teorema do ganho pequeno.

6.4.2 Teorema do ganho pequeno

Suponha que M(s) seja estável e $\gamma > 0$. O sistema interconectado mostrado na figura (6.2), está bem posicionado e internamente estável para todos $\Delta(s)$ estável se a condição do ganho pequeno dada por:

$$\|M(s)\|_{\infty} \|\Delta(s)\|_{\infty} < 1 \tag{6.14}$$

for satisfeita.

A partir destas análises, sabe-se que $\|\Delta(s)\|_{\infty} < \gamma$, devendo-se projetar *K* de modo a garantir $\|M(s)\|_{\infty} < \frac{1}{\gamma}$, de forma que o sistema geral seja fortemente estável, de acordo com o teorema do ganho pequeno.

6.5 Modelo Generalizado com Funções de Ponderação

A figura (6.3), mostra a estrutura de controle ponderada em que W_1 , W_2 e W_3 são as funções de sensibilidade ponderadas. Assume-se que G(s), W_1 e $W_3G(s)$ são todas próprias, ou seja, são limitadas quando $s \rightarrow \infty$. Observa-se que a função de ponderação W_3 não é necessariamente própria. percebe-se também que as funções de ponderação são, respectivamente, para os três sinais, isto é, a entrada, saída e o sinal de erro.



Figura 6.3: Estrutura de controle das funções de sensibilidade ponderada.

Na estrutura em espaço de estados em duas portas mostrado na figura (6.4), o vetor de saída $z(t) = [z_1, z_2, z_3]^T$ não é utilizado diretamente para construir o vetor do sinal de controle w_2 . Os vetores z_n , na realidade, são para a medição de desempenho do sistema de controle. Logo, não se torna excessivo incluir o sinal de entrada filtrado w(t) no sinal de saída y_n , pois, pode ser necessário fazer a medição da energia de controle de modo a avaliar se o controlador projetado é realmente bom. A figura (6.4) apresenta de forma genérica, o esquema de sistemas de controle ótimo e robusto.



Figura 6.4: Planta generalizada de duas portas com funções de ponderação.

6.6 Projeto do Controlador ótimo $H\infty$

No projeto do controlador ótimo $H\infty$, o critério ótimo é definido da seguinte maneira:

$$\max_{\gamma} \|T_{zw}\| < \frac{1}{\gamma} \tag{6.15}$$

Ou de modo geral por:

$$\max_{\gamma} \begin{bmatrix} W_1 S \\ W_2 k S \\ W_3 T \end{bmatrix} \leq \frac{1}{\gamma}$$
(6.16)

De acordo com (CHEN, 1995), as três funções acima podem ser ponderadas individualmente por γ , através do método de "*interação*- γ ", obtendo-se assim, o γ ótimo denotado por γ^* .

6.7 Análise do Controlador $H\infty$ aplicado na planta DFIG

Nesta seção, será avaliado a planta eólica operando com a máquina DFIG, conforme às equações dinâmicas apresentadas no capítulo 2. Será avaliado o projeto de um controlador robusto ótimo $H\infty$ para verificar o comportamento dinâmico, critérios de desempenho e robustez da planta eólica através da aplicação de funções de ponderações no modelo de planta reduzida funcionando como parâmetros de incertezas e distúrbios, geralmente, negligenciados na modelagem da planta. De forma similar ao projeto LQR, o problema de controle robusto com $H\infty$ consiste em determinar um controlador K_{∞} que minimize a norma $H\infty$ considerado no sistema em malha fechada descrito pela função de transferência $F(G, K_{\infty})$, sendo *G* o modelo da planta eólica, ou seja:

$$\|H\|_{\infty} = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} ((G, K)(j\omega))$$
(6.17)

Em que $H\infty$ representa o limite superior dos máximos valores singulares do sistema em malha fechada avaliados no domínio da frequência.

6.7.1 Análise dos efeitos da função de ponderação aplicada ao controlador *H*∞ na planta DFIG

O primeiro requisito do controlador robusto $H\infty$ para procedimento de projeto é a escolha adequada das funções de ponderação que limitam o sinal de erro, o sinal de controle e o sinal de saída.

De modo a considerar como efeitos de distúrbios e, levando em consideração o problema de sensibilidade para a planta eólica com DFIG, utiliza-se neste trabalho a seguinte função de ponderação de 5^a ordem que pode ser encontrada em (DOYLE; FRANCIS, 1991);

$$W(s) = \frac{0.9s^2 + 1.08s + 0.9}{1.021(s + 0.001)(s + 1.2)(0.001s + 1)}$$
(6.18)

Para projetar o controlador $H\infty$ implementa-se, todos os algoritmos referentes à planta eólica e utiliza-se algumas rotinas internas do software MATLAB. Após às implementações computacionais, verificou-se que todos os requisitos para o projeto do controlador foram satisfeitos, obtendo-se o seguinte controlador:

$$G_c(s) = \frac{-86070568.2375(s+55.69)(s+39.41)(s^2+1.4s+1.154)}{(s+8.207*10^4)(s+1000)(s+55.7)(s+1.3)(s+0.101)}$$
(6.19)

A partir deste controlador, pode-se avaliá-lo através dos gráficos em malha aberta da carta de Nichols e da resposta ao degrau do sistema eólico conforme às figuras (6.5) e (6.6) em que encontra-se os pontos da resposta em frequência na Carta de Nichols e, de imediato, os valores da resposta em frequência de malha fechada do sistema, assegurando que o sistema em malha aberta torna-se estável.



Figura 6.5: Carta de Nichols. Fonte: MATLAB.



Figura 6.6: Resposta ao degrau com controlador $H\infty$. Fonte: MATLAB.

A partir da figura (6.5), observa-se que os valores das margens de estabilidade determinados com o controlador robusto são: margem de fase de 67.1° e margem de ganho próximo de 50 dB. Este resultado pode ser visto pelo diagrama de Bode apresentado na figura (6.7), para análise da resposta em frequência da planta eólica, com aplicação da função de ponderação (6.17) e controlador $H\infty$ (6.18) projetado;



Figura 6.7: Diagrama de Bode com controlador $H\infty$ para planta eólica.

6.7.2 Análise do controlador ótimo $H\infty$ em função do parâmetro γ

A síntese do controlador $H\infty$ ótimo é obtida a partir da função nativa do MATLAB, *hinfopt* com análise da interação γ , conforme mostra os resultados tabelado na figura (6.8), obtendose como melhor resposta a interação nº14, com $\gamma^* = 6.70000$, sob a tolerância de 0.0100. O controlador $H\infty$ ótimo projetado é:

$$G_{opt}(s) = \frac{-15111898632.2248(s+55.69)(s+39.41)(s^2+1.4s+1.147)}{(s+1.018*10^7)(s+1000)(s+55.7)(s+1.3)(s+0.101)}$$
(6.20)

Nº	Gamma	D11<=1	P-Exist	P>=0	S-Exist	S>=0	lam(PS)<1	C.L.
1	1.00E+00	ok	ok	ok	ok	ok	ok	STAB
2	2.00E+00	ok	ok	ok	ok	ok	ok	STAB
3	2.00E+00	ok	ok	ok	ok	ok	ok	STAB
4	8.00E+00	ok	ok	ok	ok	ok	ok	STAB
5	1.60E+01	ok	ok	ok	ok	ok	ok	STAB
6	3.20E+01	ok	ok	ok	ok	ok	ok	STAB
7	6.40E+01	ok	ok	ok	ok	ok	ok	STAB
8	1.28E+02	ok	ok	Fail	ok	ok	ok	UNST
9	9.60E+01	ok	ok	Fail	ok	ok	ok	UNST
10	8.00E+01	ok	ok	Fail	ok	ok	ok	UNST
11	7.20E+01	ok	ok	Fail	ok	ok	ok	UNST
12	6.80E+01	ok	ok	Fail	ok	ok	ok	UNST
13	6.60E+01	ok	ok	ok	ok	ok	ok	STAB
14	6.70E+01	ok	ok	ok	ok	ok	ok	STAB
15	6.75E+01	ok	ok	Fail	ok	ok	ok	UNST

Figura 6.8: Síntese do controlador $H\infty$ ótimo.

De modo a avaliar o desempenho do sistema dinâmico eólico com os dois controladores obtidos acima, a figura (6.9) mostra o diagrama de Bode da magnitude para às funções de sensibilidade e sensibilidade ponderada, na qual, pode ser visto que estas funções estão sob a linha de 0 dB, mostrando que às especificações de projeto são atendidas.



Figura 6.9: Resposta em frequência com dois controladores e funções de sensibilidade.

6.7.3 Análise do controlador *H*∞ aplicado à planta eólica com modelos de incertezas

Nesta seção, o controlador $H\infty$ será avaliado com a planta eólica com aplicação dos modelos de incertezas aditiva e multiplicativa, ambas abordadas no apêndice C. Para fins de projeto do controlador robusto, são incrementadas três tipos diferentes de funções de ponderação W_1 , W_2 e W_3 projetadas, baseadas na função de sensibilidade, função de controle e função de Co-sensibilidade, respectivamente, e também, introduz-se elementos que são combinados para formar modelo de malha aberta com o sistema dinâmico eólico com variação de três parâmetros para cada função de ponderação. A figura (6.10), mostra o diagrama de Bode para magnitude e fase dos modelos nominal, mínimo e máximo para às funções de ponderação acopladas com a planta eólica, visto que, o modelo máximo detém um pequeno ganho:



Figura 6.10: Resposta em frequência da magnitude e fase para os modelos de funções de ponderação.

As figuras (6.11) e (6.12), mostram a resposta em frequência da magnitude para as seguintes funções de ponderação W_1 , e W_3 , bem como às funções de sensibilidade e co-sensibilidade, aplicadas ao sistema com o controlador H^{∞} em malha fechada, projetado em (6.19):



Figura 6.11: Diagrama de magnitude-fase e frequência para 1/W1 com controlador $H\infty$ projetado.



Figura 6.12: Diagrama de magnitude-fase e frequência para 1/W3 com controlador $H\infty$ projetado.

Em que *GW*1 representa a função de ponderação que limita o erro do sinal e *GW*3 a função de ponderação que limita o sinal de saída.

As figuras (6.13) e (6.14) mostram às respostas no domínio da frequência dos resultados a partir das funções de ponderação W_1 , e W_3 que são adequadas para o projeto do controlador robusto. Observa-se que elas satisfazem os requisitos de projeto atendendo às seguintes condições:

$$|W_1(j\omega)S(j\omega)| \le 1 \tag{6.21}$$

$$|W_3(j\omega)T(j\omega)| \le 1 \tag{6.22}$$



Figura 6.13: Diagrama de magnitude-fase e frequência de $W1(j\omega)S(j\omega)$.



Figura 6.14: Diagrama de magnitude-fase e frequência de $W3(j\omega)S(j\omega)$.

Pela figura, verifica-se que o ganho máximo dos produtos considerados não excede a magnitude de 1, que na escala logarítmica equivale a 0 dB para cada caso proposto.

O segundo requisito para o projeto do controlador $H\infty$ está no procedimento relacionado com as incertezas inerentes do sistema. O controlador robusto deve garantir um tempo suficiente e qualidade em frequência para o sistema de malha fechada no caso da diferença entre a planta real e seu modelo nominal considerado. Os dois tipos existentes de modelos de incertezas são: aditiva e multiplicativa, conforme abordado no Apêndice C. O modelo nominal da planta para cada incerteza, toma a seguinte forma geral:

$$G_a(s) = G_0(s) + \Delta_a(s) \tag{6.23}$$

$$G_m(s) = G_0(s).(1 + \Delta_m(s))$$
(6.24)

Considerando os dois casos acima, dois modelos de incertezas para a planta aumentada são projetados: um aditivo de 16^a ordem e um multiplicativo de 21^a ordem. Pela figura (6.15), pode-se verificar às diferenças entre às conexões das incertezas com modelo nominal da planta:



Figura 6.15: Resposta da Magnitude-frequência das incertezas aditiva e multiplicativa com a planta nominal.

Da figura acima, conclui-se que não houve diferença entre cada uma das conexões, como mostra as duas linhas tracejadas concordando entre si, desta forma, para incluir parâmetros variáveis do modelo, escolhe-se a incerteza multiplicativa:



Figura 6.16: Diagrama para a incerteza multiplicativa.

Contudo, uma particularidade que os sistemas de controle devem possuir, de modo a trabalhar perfeitamente em situações reais é garantir a robustez do sistema considerado, ou seja, o controlador não deve funcionar de forma satisfatória apenas para um modelo de planta, porém para um conjunto de plantas interconectadas na dinâmica de funcionamento do sistema.

O problema de controle ótimo com o controlador $H\infty$ com realimentação, consiste em encontrar um controlador K para um sistema generalizado G(s), utilizando otimização das técnicas desta norma. Conclui-se que, a metodologia de controle robusto $H\infty$ aplicado para controlar o sistema dinâmico da planta eólica com o gerador de indução duplamente alimentado para variação dos parâmetros do modelo de planta, resultou em um controlador conservador sob a incrementação do sinal de perturbação. Definiu-se o modelo de incerteza multiplicativa. De modo a satisfazer os requisitos para projetar o controlador $H\infty$, foram adaptadas à planta nominal três funções de ponderação. Investigou-se o tempo e a resposta em frequência do sistema de controle robusto $H\infty$ em malha fechada. Portanto, o controlador $H\infty$ mostrou-se uma boa alternativa para o controle da planta eólica, obtendo-se desempenho robusto satisfatório diante das incertezas consideradas no modelo da planta.

Capítulo 7 Conclusão

Após a análise dos parâmetros para obtenção das matrizes $Q \in R$ utilizando a metodologia proposta de uma fusão neuro-genética, pode-se observar que o modelo híbrido apresentou resultados satisfatórios nas superfícies e métricas da norma do infinito e pela análise através da decomposição em valores singulares, conforme verificou-se o desempenho da geração de energia eólica do sistema em relação ao problema de controle ótimo. Este modelo híbrido de um algoritmo genético e uma rede neural recorrente para solucionar o problema de auto-estrutura apresentou uma alternativa satisfatória para processar a seleção das matrizes de ponderação e avaliar a solução da equação algébrica de Riccati para sistemas dinâmicos de 6^a ordem. Pode-se concluir que a metodologia contribui de forma eficiente para melhoria no problema de controle ótimo na realização da alocação dos pesos ótimos avaliados pelo AG e no processamento para resolver a EAR, verificado pela RNAR.

Este trabalho teve como objetivo central propor um modelo de fusão genética-neural baseado nos paradigmas da inteligência artificial, composto por um algoritmo genético que tem como finalidade selecionar as matrizes de ponderação de estado e controle nas quais, ambas fazem parte da EAR que, por sua vez, é resolvida pela RNAR proposta. Os resultados apresentados pela rede neural recorrente são avaliados de forma pontual e sistemática por variações paramétricas no aprendizado da RNAR. Verifica-se que esta avaliação, na alocação dos pesos ótimos no projeto LQR é de extrema importância no que se refere ao comportamento dado pela influência dos autovalores e autovetores, bem como às condições iniciais associadas à resposta temporal do sistema dinâmico da planta eólica. De acordo com os resultados obtidos pelo modelo de fusão genético-neural, a metodologia apresenta-se de forma positiva para realizar a sintonia de controladores robustos em sistemas dinâmicos do tipo MIMO, de maneira não supervisionada e em tempo real, obtendo-se um desempenho satisfatório à luz das dificuldades inerentes do problema de controle ótimo.

7.1 Propostas para Trabalhos Futuros

Como propostas futuras, em relação à rede neural recorrente proposta, pode-se analisar a robustez algorítmica desta RNAR, bem como realizar um estudo da complexidade da rede neural de forma a definir o tamanho do problema na análise do tempo de computação necessário para a resolução da Equação Algébrica Riccati, ou seja, avaliar a sincronização entre o tempo de busca e solução a partir de métodos genéticos para automatizar os parâmetros de ajustes da RNAR. Outra proposta relevante, para efeitos de comparação com o modelo genético-neural seria a implementação de *SVM*, ou *Support Vector Machine*, ou *Máquinas de vetores de suporte*, afim de encontrar o melhor hiperplano entre os dados analisados, buscando maximizar a distância entre os pontos mais próximos, e com isso, encontrar o ganho ótimo da planta.

REFERÊNCIAS

Abedi, A., Pishvaei, M., Madadi, A., and Kelk, H. M. (2010). Analyzing vector control of a grid-connected dfig under simultaneous changes of two inputs of control system. *European Journal of Scientific Research*, 45(2):221–231.

Abreu, I., Silva, R., and Pereira, L. (2017). A neural genetic hybrid model for eigenstructure allocation in the lqr project in dfig. *International Journal of Computer Applications*, 162(12).

Abreu, I. S. et al. (2008). Controle inteligente lqr neuro-genético para alocação de autoestrutura em sistemas dinâmicos multivariáveis.

Banakar, H., Luo, C., and Ooi, B.-T. (2006). Steady-state stability analysis of doubly-fed induction generators under decoupled p-q control. *IEE Proceedings-Electric Power Applications*, 153(2):300–306.

Barros, L. S. (2006). *Uma Estratégia de Controle para o melhoramento do comportamento dinâmico de máquinas de indução duplamente alimentadas operando como geradores eólicos.* PhD thesis, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Campina Grande, Brasil.

Boldea, I. (2005). Variable speed generators. CRC press.

Chen, C.-T. (1995). Linear system theory and design. Oxford University Press, Inc.

Chowdhury, B. H. and Chellapilla, S. (2006). Double-fed induction generator control for variable speed wind power generation. *Electric Power Systems Research*, 76(9):786–800.

Corporation, C., editor. Feedback control theory.

Cruz, J. d. (1996). Controle robusto multivariável. Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.

Davis, L. (1991). Handbook of genetic algorithms.

de Almeida, R. G., Lopes, J. P., and Barreiros, J. (2004). Improving power system dynamic behavior through doubly fed induction machines controlled by static converter using fuzzy control. *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(4):1942–1950.

Doyle, J. and Stein, G. (1979). Robustness with observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 24(4):607–611.

Ekanayake, J. B., Holdsworth, L., Wu, X., and Jenkins, N. (2003). Dynamic modeling of doubly fed induction generator wind turbines. *IEEE transactions on power systems*, 18(2):803–809.

Fierro, R. and Lewis, F. (1999). Multilayer feedforward networks are universal approximators. *IEEE Trans. Syst., Man, Cybern*, 29(6):649–654.

Garcia-Sanz, M. and Houpis, C. H. (2012). *Wind energy systems: control engineering design*. CRC press.

Gardiner, J. D. (1997). A stabilized matrix sign function algorithm for solving algebraic riccati equations. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 18(5):1393–1411.

Goldberg, D. E. (1989). Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning, 1989. *Reading: Addison-Wesley*.

Hopfield, J. J. and Tank, D. W. (1985). "neural" computation of decisions in optimization problems. *Biological cybernetics*, 52(3):141–152.

Jin, S., Zhang, F., and Li, Y. (2009). $h\infty$ robust control for vscf brushless doubly-fed wind power generator system. In *Automation and Logistics, 2009. ICAL'09. IEEE International Conference on*, pages 471–475. IEEE.

Junyent-Ferré, A., Gomis-Bellmunt, O., Sumper, A., Sala, M., and Mata, M. (2010). Modeling and control of the doubly fed induction generator wind turbine. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 18(9):1365–1381.

Lewis, F. L., Vrabie, D., and Syrmos, V. L. (2012). Optimal control. John Wiley & Sons.

Marques, G. and Sousa, D. M. (2012). Understanding the doubly fed induction generator during voltage dips. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 27(2):421–431.

Mehta, B., Bhatt, P., and Pandya, V. (2015). Small signal stability enhancement of dfig based wind power system using optimized controllers parameters. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 70:70–82.

Naamane, A., Msirdi, N., and Mehdary, A. (2010). Doubly feed induction generator control for an urban wind turbine. In *International Renewable Energy Congress IREC*, pages 208–214.

Narendra, K. S. and Parthasarathy, K. (1990). Identification and control of dynamical systems using neural networks. *IEEE Transactions on neural networks*, 1(1):4–27.

Olimpo, A.-L., Nick, J., Janaka, E., Phill, C., and Mike, H. (2009). Wind energy generation modelling and control. In *Library of Congress Cataloguing-in-Publication Data, 1st Edition. United Kingdom.*

Oliveira, P. S., Barros, L. S., and Júnior, L. d. Q. S. (2010). Genetic algorithm applied to state feedback control design. In *Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America (T&D-LA), 2010 IEEE/PES*, pages 480–485. IEEE.

Oliveira, R. G. (2009). *Contribuição ao Controle de um Sistema de Geração a Velocidade Variável Utilizando Gerador de Indução Duplamente Excitado*. PhD thesis, Tese de doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais.

Passino, K. M. (2005). *Biomimicry for optimization, control, and automation*. Springer Science & Business Media.
Pena, R., Clare, J., and Asher, G. (1996). Doubly fed induction generator using back-toback pwm converters and its application to variable-speed wind-energy generation. *IEE Proceedings-Electric Power Applications*, 143(3):231–241.

Petersson, A. (2005). Analysis, modeling and control of doubly-fed induction generators for wind turbines. Chalmers University of Technology.

Qiao, W., Zhou, W., Aller, J. M., and Harley, R. G. (2008). Wind speed estimation based sensorless output maximization control for a wind turbine driving a dfig. *IEEE transactions on power electronics*, 23(3):1156–1169.

Ray, W. H. (1981). Advanced process control. McGraw-Hill Companies.

Robandi, I., Nishimori, K., Nishimura, R., and Ishihara, N. (2001). Optimal feedback control design using genetic algorithm in multimachine power system. *International journal of electrical power & energy systems*, 23(4):263–271.

Rumelhart, D. E., McClelland, J. L., Group, P. R., et al. (1987). *Parallel distributed processing*, volume 1. MIT press Cambridge, MA, USA:.

Salama, A. and Gourishankar, V. (1974). A computational algorithm for solving a system of coupled algebraic matrix riccati equations. *IEEE Transactions on Computers*, 100(1):100–102.

Sanchez, E. N. and Ruiz-Cruz, R. (2016). *Doubly Fed Induction Generators: Control for Wind Energy*. CRC Press.

Schreiber, D. (2001). State of the art of variable speed wind turbines. In *11th International symposium on power electronics–Ee*.

Sinha, A. (2007). Linear systems: optimal and robust control. CRC Press.

Sumathi, S. and Paneerselvam, S. (2010). *Computational intelligence paradigms: theory & applications using MATLAB*. CRC Press.

Tang, C. Y., Guo, Y., and Jiang, J. N. (2011). Nonlinear dual-mode control of variable-speed wind turbines with doubly fed induction generators. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 19(4):744–756.

Vieira, J. P. A. et al. (2009). Otimização de controladores utilizando algoritmos genéticos para melhoria da capacidade de sobrevivência a afundamentos de tensão de aerogeradores de indução duplamente excitados.

Wang, J. and Wu, G. (1993). Recurrent neural networks for lu decomposition and cholesky factorization. *Mathematical and computer modelling*, 18(6):1–8.

Wongsathan, C. and Sirima, C. (2009). Application of ga to design lqr controller for an inverted pendulum system. In *Robotics and Biomimetics*, 2008. *ROBIO 2008. IEEE International Conference on*, pages 951–954. IEEE.

Wu, F., Zhang, X.-P., Ju, P., and Sterling, M. J. (2008). Decentralized nonlinear control of wind turbine with doubly fed induction generator. *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(2):613–621.

Zalzala, A. M. and Fleming, P. J. (1997). *Genetic algorithms in engineering systems*, volume 55. Iet.

Ziegler, J. G. and Nichols, N. B. (1942). Optimum settings for automatic controllers. *trans. ASME*, 64(11).

Apendice A SISTEMAS MIMO

Será abordado neste capítulo, as principais premissas para verificar a análise e o desenvolvimento do projeto de sistemas multivariáveis no domínio da frequência. Desta forma, realiza-se este estudo em termos dos valores singulares máximos e mínimos do sistema aplicado. De forma similar são apresentados tipos de incertezas e o modo como elas são projetadas e mantidas. Serão definidas as barreiras de desempenho e estabilidade robusta bem como suas relações com as funções de sensibilidade e sensibilidade complementar avaliando os principais objetivos de um controlador robusto.

A.1 Sistema Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas (MIMO)

O sistema do tipo MIMO, (Múltiplas Entradas- (Input)- Múltiplas Saídas-(Output)) é um tipo de sistema que uma dada entrada não afeta apenas sua saída correspondente, assim como, as outras saídas do sistema. De acordo com (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005), no sistema MIMO existe uma interação ou acoplamento entre as entradas e às saídas. Tal característica intensifica a complexidade no momento da verificação de seu comportamento fazendo com que o projeto e a análise para estes sistemas sejam ainda mais complexos comparados com os sistemas de uma única entrada e com uma única saída SISO (Single-Input Single-Output). Os sistemas MIMO possuem maior complexidade do que os sistemas do tipo SISO. A diferença principal entre os dois sistemas é que no sistema multivariável surgem problemas com direções que, por sua vez, são inviáveis para quantidades escalares, no entanto se tornam significativos para matrizes e vetores. Embora existam às diferenças entre os dois tipos de sistemas pode-se realizar uma generalização de projetos desenvolvidos em SISO para MIMO. Um diagrama em blocos de um sistema com realimentação no domínio da frequência é mostrado na figura (A.1):



Figura A.1: Diagrama de blocos de um sistema de controle em malha fechada.

A variável e(s) representa o sinal de erro que é dado por:

$$e(s) = r(s) - y(s) \tag{A.1}$$

Considerando-se a presença de ruído no sistema, o erro pode ser reescrito como:

$$e(s) = r(s) - y(s) - n(s)$$
 (A.2)

A saída do sistema é dada por:

$$y(s) = G_p(s)G_c(s)e(s) + d(s)$$
(A.3)

Substituindo a equação (A.2) em (A.3), segue que:

$$y(s) = G_p(s)G_c(s)[r(s) - y(s) - n(s)] + d(s)$$
(A.4)

$$y(s) = G_p(s)G_c(s)r(s) - G_p(s)G_c(s)y(s) - G_p(s)G_c(s)n(s) + d(s)$$
(A.5)

$$y(s) + G_p(s)G_c(s)y(s) = G_p(s)G_c(s)r(s) - G_p(s)G_c(s)n(s) + d(s)$$
(A.6)

Assim, a saída y(t) pode ser expressa em função das entradas r(s), n(s) e d(s), conforme à equação:

$$y(s) = (I + G_p(s)G_c(s))^{-1}G_p(s)G_c(s)(r(s) - n(s)) + (I + G_p(s)G_c(s))^{-1} + d(s)$$
(A.7)

Substituindo a equação (A.7) na equação do sinal de erro (A.1), tem-se que:

$$e(s) = r(s) - \left((I + G_p(s)G_c(s))^{-1}G_p(s)G_c(s)(r(s) - n(s)) + (I + G_p(s)G_c(s))^{-1}d(s) \right)$$
(A.8)

Desta forma, o sinal de erro pode ser expresso em termos das entradas r(s), n(s) e d(s) pela seguinte equação:

$$e(s) = \left[I - (I + G_p(s)G_c(s))^{-1}G_p(s)G_c(s)\right]r(s) + (I + G_p(s)G_c(s))^{-1}G_p(s)G_c(s)n(s) - (I + G_p(s)G_c(s))^{-1}G_p(s)G_c(s))^{-1}G_p(s)G_c(s) - (I + G_p(s)G_c(s))^{-1}G_p(s)G_c(s))^{-1}G_p(s)G_c(s) - (I + G_p(s)G_c(s))^{-1}G_p(s)G_c(s) - (I + G_p(s)G_c(s))^{-1}G_c(s) - (I + G_p(s)G_c($$

Portanto, de forma simplificada, as equações que representam, respectivamente, a saída y(s) e o erro e(s) do sistema em malha fechada pode ser expressa como:

$$y(s) = G_p(s)G_c(s)(I + G_p(s)G_c(s))^{-1}(r(s) - n(s)) + G_p(s)G_c(s)(I + G_p(s)G_c(s))^{-1}d(s)$$
(A.10)

$$e(s) = (I + G_p(s)G_c(s))^{-1}(r(s) - n(s)) + G_p(s)G_c(s)(I + G_p(s)G_c(s))^{-1}n(s)$$
(A.11)

De acordo com sistema da figura (A.1), define-se $L_M = G_p(s)G_c(s)$ representando a função de transferência de malha aberta, observada na saída da planta do sistema. Consequentemente, a função sensibilidade e sensibilidade complementar são definidas respectivamente como segue:

$$S(s) = (I + L_M)^{-1}$$
 (A.12)

$$T(s) = I(s) - S(s) = L_M (I + L_M)^{-1}$$
(A.13)

A saída y(s) e o erro e(s) podem ser colocados em termos da sensibilidade e da *co-sensibilidade* (sensibilidade complementar), dadas pelas equações:

$$y(s) = T(s)(r(s) - n(s)) + S(s)d(s)$$
(A.14)

$$e(s) = S(s)(r(s) - d(s)) + T(s)n(s)$$
(A.15)

A.1.1 Direções em Sistemas MIMO

Seja um sistema do tipo MIMO mostrado na figura (A.2):



Figura A.2: Sistema MIMO.

O sistema dado G(s) com entrada u(s) tem como saída:

$$y(s) = G(s)u(s) \tag{A.16}$$

Conforme (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005), para um sistema SISO, como mostrado na figura (A.2), o ganho para uma dada frequência pode ser determinado pela seguinte expressão:

$$\frac{\|y(\boldsymbol{\omega})\|}{\|u(\boldsymbol{\omega})\|} = \frac{\|G(j\boldsymbol{\omega})u(\boldsymbol{\omega})\|}{\|u(\boldsymbol{\omega})\|} = \|G(j\boldsymbol{\omega})\|$$
(A.17)

Assim, o ganho depende apenas da frequência ω , caso o sistema seja linear, ou seja, independente da magnitude $||u(\omega)||$. Escolhe-se a norma euclidiana como medida da magnitude dos vetores, em que para uma frequência *w*, a magnitude do vetor que representa o sinal de entrada é dada por:

$$\|u(\boldsymbol{\omega})\|_{2} = \sqrt{\sum_{j} |u_{j}(\boldsymbol{\omega})|^{2}} = \sqrt{u_{1}^{2} + u_{2}^{2} + \dots}$$
 (A.18)

Já a magnitude para o vetor sinal de saída é:

$$\|y(\boldsymbol{\omega})\|_{2} = \sqrt{\sum_{i} |y_{i}(\boldsymbol{\omega})|^{2}} = \sqrt{y_{1}^{2} + y_{2}^{2} + \dots}$$
(A.19)

Em relação ao ganho de G(s) para determinado sinal de entrada $u(\omega)$, tem-se que:

$$\frac{\|y(\boldsymbol{\omega})\|_2}{\|u(\boldsymbol{\omega})\|_2} = \frac{\|G(j\boldsymbol{\omega})u(\boldsymbol{\omega})\|_2}{\|u(\boldsymbol{\omega})\|_2} = \frac{\sqrt{y_1^2 + y_2^2 + \dots}}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots}}$$
(A.20)

Nota-se que, o ganho é função da frequência ω , não dependendo da magnitude do sinal de entrada.

Apendice B Análise de Valores Singulares para Sistemas MIMO

Em sistemas do tipo SISO, a sensibilidade $|S(j\omega)|$ é analisada como uma função no domínio da frequência fornecendo informações relevantes para um dado sistema de controle em malha fechada.

Quando se trata de sistemas MIMO, Deve-se considerar às incertezas do sistema, como no controle clássico que utiliza-se às técnicas de projeto robusto que são convenientemente examinadas no domínio da frequência. Os máximos e mínimos valores singulares são bastante utilizados na avaliação do desempenho e robustez de sistemas multivariáveis no domínio da frequência. Em sistemas multivariáveis um ponto se torna relevante quando considera-se a relação $\frac{\|e(\omega)\|_2}{\|r(\omega)\|_2}$, em que $e(\omega)$ representa o vetor de erros de controle e $r(\omega)$ representa o vetor de referências de entrada. Esta relação é limitada pelo maior e menor valor singular da sensibilidade $S(j\omega)$, dependendo também, da direção do vetor de referências de entrada, ou seja:

$$\sigma_{-}(S) \leq \frac{\|e(\omega)\|_{2}}{\|r(\omega)\|_{2}} \leq \bar{\sigma}(S)$$
(B.1)

Em se tratando de desempenho é admissível exigir que o ganho $\frac{\|e(\omega)\|_2}{\|r(\omega)\|_2}$ continue pequeno qualquer que seja a direção de $r(\omega)$, inserindo a direção para o caso mais inconveniente que oferece o $\bar{\sigma}(S(j\omega))$. Na figura (), apresenta-se de forma genérica os valores singulares máximos e mínimos desejáveis para a sensibilidade S(s) e co-sensibilidade T(s). Verifica-se que os valores para a sensibilidade S(s) devem ser pequenos em baixas frequências, se aproximando de 1 para altas frequências. Porém, para os valores singulares da co-sensibilidade T(s) devem ser maiores



que 1 em baixas frequências e mínimos em altas frequências.

Figura B.1: Valores desejados para Sensibilidade e Co-sensibilidade.

Sendo assim, é possível estabelecer os requisitos de projeto em termos da sensibilidade e co-sensibilidade, dado que: para a rejeição, a perturbação $\bar{\sigma}(S)$ usa-se pequeno; para atenuação do ruído, usa-se $\bar{\sigma}(T)$ pequeno; na realização do prosseguimento do sinal de referência utiliza-se $\bar{\sigma}(S) \approx \bar{\sigma}(T) \approx 1$ e na redução da energia de controle, usa-se $\bar{\sigma}(KS)$ pequeno.

Para garantir tais objetivos deve-se impor algumas restrições em relação aos valores singulares da matriz de transferência em malha aberta do sistema $G_p(s)G_c(s)$ que contém um controlador $G_c(s)$ adaptado em série com o sistema o qual deve ser controlado, conforme mostra a figura (A.1). Tais restrições são estabelecidas em função do máximo e mínimo valores singulares da matriz $L_M = G_p(s)G_c(s)$. Nas baixas, frequências um valor grande para $\sigma_-(L_M)$ garante um valor pequeno para $\bar{\sigma}(S)$, isto é:

$$\bar{\sigma}(S) \cong \frac{1}{\sigma_{-}(L_M)} \tag{B.2}$$

podendo ser atingido garantindo que:

$$\sigma_{-}(L_M) \gg 1 \tag{B.3}$$

Enquanto que, nas altas frequências, um valor pequeno para $\bar{\sigma}(L_M)$ garante um valor pequeno para $\bar{\sigma}(T)$, isto é:

$$\bar{\sigma}(T) \cong \bar{\sigma}(L_M)$$
 (B.4)

podendo ser atingido garantindo que:

$$\bar{\sigma}(L_M) \ll 1$$
 (B.5)

As restrições apresentadas em (B.3) e (B.5) estão representadas de maneira geral na Figura (B.2) em que, para o valor singular mínimo de ganho de malha $\sigma_{-}(L_M)$ é desejável que seja grande nas baixas frequências, no entanto, em altas frequências o valor singular máximo $\bar{\sigma}(L_M)$ tem que ser pequeno.



Figura B.2: Resposta em frequência desejável para um sistema MIMO.

Conforme a figura (B.2), os requisitos de malha aberta a respeito do seguimento da referência, rejeição à perturbação e insensibilidade para variação da planta são desejados e relevantes nas baixas frequências, enquanto que às condições para a atenuação de ruído e redução da energia de controle são válidas e relevantes nas altas frequências.

Apendice C Incertezas Estruturadas e Não-Estruturadas

Na teoria de controle moderno, as incertezas referem-se ao erro entre o sistema físico e o modelo matemático. É de fundamental importância que as incertezas sejam consideradas na análise e no projeto dos controladores. Representando o modelo real pela modelagem matemática do sistema e suas incertezas. De acordo com (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005), as incertezas na modelagem matemática de um sistema são provenientes de vários aspectos:

- Existem parâmetros em um modelo linear que são conhecidos de forma aproximada;
- Os parâmetros do modelo linear de uma planta podem variar devido a não-linearidades ou a mudanças do seu ponto de operação;
- Na prática os dispositivos de mensuração possuem imperfeições;
- Nas altas frequências a estrutura e a ordem do modelo são desconhecidas;
- É preferível operar com um modelo de ordem mais baixa, e abordar as dinâmicas negligenciadas como incertezas;

C.1 Incerteza Estruturada

As incertezas são provocadas por parâmetros conhecidos porém, seus valores são incertos. As incertezas estruturadas de um modelo dinâmico são organizadas em uma matriz diagonal:

$$\Delta = diag(\Delta_i) = \begin{bmatrix} \Delta_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \Delta_i \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$$
(C.1)

Em que cada Δ_i representa um tipo específico de incerteza. Cada perturbação, individualmente, é considerada estável e normalizada, ou seja:

$$\bar{\sigma}(\Delta_i(j\omega)) \le 1 \qquad \forall \omega$$
 (C.2)

De acordo com (SKOGESTAD e POSTLETHWAITE, 2005), pode ser verificado que o máximo valor singular de uma matriz em bloco diagonal é igual ao maior valor entre os valores singulares máximos dos blocos individuais.

C.2 Incerteza Não-Estruturada

Os tipos de incertezas não-estruturadas no domínio da frequência são representadas de duas formas: *aditiva* ou *multiplicativa*, devendo serem incluídas na modelagem matemática da planta para representar o sistema real. Incerteza não-estruturada é caracterizada por uma matriz de perturbações complexas de dimensões compatíveis com a planta e para qualquer frequência $\Delta(j\omega)$ tem-se a garantia de $\bar{\sigma}(\Delta_i(j\omega)) \leq 1$.

A figura (C.1) mostra o modelo de incerteza aditiva em relação ao sistema real:



Figura C.1: Tipo de incerteza aditiva aplicada na saída.

Em que $G_R(s)$ representa a planta real, $G_P(s)$ o modelo matemático e $\Delta E_a(s)$ o modelo aditivo. Pela figura (C.1) tem-se que:

$$G_R(s) = G_P(s) + \Delta E_a(s) \tag{C.3}$$

Desta forma, a incerteza aditiva é dada por:

$$\Delta E_a(s) = G_R(s) - G_P(s) \tag{C.4}$$

Em relação às incertezas multiplicativas, dada por $\Delta E_m(s)$ para um modelo matemático, referente à planta real $G_R(s)$, elas podem ser representadas tanto na entrada como na saída conforme mostram as figuras (C.2) e (C.3):



Figura C.2: Incerteza Multiplicativa aplicada na entrada.



Figura C.3: Incerteza Multiplicativa aplicada na saída.

De acordo com as figuras acima, tem-se que:

$$G_R(s) = G_P(s) \left[I + \Delta E_m(s) \right] \tag{C.5}$$

$$G_R(s) = [I + \Delta E_m(s)] G_P(s) \tag{C.6}$$

Com isso, a incerteza multiplicativa pode ser representada como:

$$\Delta E_m(s) = \frac{G_R(s) - G_P(s)}{G_P(s)} \tag{C.7}$$

Nesse tipo de incerteza, não se tem conhecimento da estrutura, podendo ser caracterizada apenas pelas limitações da magnitude da resposta em frequências, pois, geralmente, não se tem disponível a matriz $\Delta E_m(s)$, no entanto, pode-se estimar um limite superior para esta incerteza fazendo-se uso da norma espectral da magnitude da incerteza, ou seja:

$$\|E_m(j\omega)\| \le l_m(\omega), \qquad \forall \omega \ge 0 \tag{C.8}$$

Apendice D

CONTROLADORES ROBUSTOS PARA SISTEMAS MIMO

Um sistema de controle é caracterizado como sistema robusto caso apresente insensibilidade às diferenças que ocorrem entre a planta real e o modelo matemático que o representa. O objetivo em controle robusto é constatar se às especificações de projeto são garantidas, inclusive para o caso inconveniente de incertezas. Este processo se aplica da seguinte forma:

- Determina-se uma representação para as incertezas;
- Verifica-se a estabilidade robusta do sistema; e, por fim;
- O desempenho robusto.

Para o projeto de controladores robustos, devem ser garantidas pelo projeto às seguintes especificações de desempenho robusto:

- Acompanhamento do sinal de referência;
- Rejeição de perturbações;
- Insensibilidade a variações na planta;
- Rejeição do ruído de medida.

De acordo com (LEWIS et al, 2012), para a estabilidade robusta, o sistema deve continuar estável entre às malhas de incertezas. A estabilidade robusta é assegurada na região de frequência em que $l_m(\omega) \gg 1$, conforme a relação:

$$\bar{\sigma}\left[G_P(j\omega)G_c(j\omega)\right] \le \frac{1}{l_m(\omega)} \tag{D.1}$$

De acordo com (CRUZ, 1996), a condição de robustez de desempenho é garantida em toda a classe de sistemas reais, satisfazendo às especificações de desempenho, conforme à relação:

$$\sigma_{-}[G_{P}(j\omega)G_{c}(j\omega)] \ge \frac{p(\omega)}{1 - l_{m}(\omega)}$$
(D.2)

Em que $p(\omega)$ representa a envoltória dos distúrbios considerados.

De maneira geral, a estabilidade robusta e as barreiras de robustez de desempenho são mostradas na figura (D.1):



Figura D.1: Barreiras de Robustez de desempenho e estabilidade robusta.

As barreiras de robustez de desempenho e estabilidade robusta podem ser definidas em termos das funções de sensibilidade e co-sensibilidade. Na presença de incertezas multiplicativas, a barreira de estabilidade robusta é definida pela seguinte restrição da magnitude da função de co-sensibilidade dada por:

$$\bar{\sigma}[T(s)] < \frac{1}{l_m(\omega)} \tag{D.3}$$

Já a condição de robustez de desempenho em função da sensibilidade é tal que:

$$\frac{1}{\bar{\sigma}[S(s)]} \ge \bar{\sigma}[w_D(s)] \tag{D.4}$$

As barreiras de robustez de desempenho e estabilidade robusta são mostradas na figura (D.2) em função de suas relações com as funções de sensibilidade e co-sensibilidade. Observase que no projeto do controlador deve ser garantido que os valores singulares $\bar{\sigma}(L_M)$ e $\sigma_-(L_M)$ não excedam às barreiras de robustez de desempenho e estabilidade robusta. Estes valores devem indicar um ganho inferior a 0 dB em altas frequências, um ganho elevado nas baixas frequências, atravessar a linha de 0 db a uma frequência ω_c localizada entre as duas barreiras e apresentar um decaimento a uma inclinação no intervalo de (-40dB - 20dB) após ultrapassar a frequência de cruzamento.



Figura D.2: Barreiras de Robustez em função da Sensibilidade e Co-sensibilidade.

Pela figura acima, observa-se que na região de baixas frequências, acima de 0 dB, tem que $\sigma_{-}(L_M) \cong \frac{1}{\bar{\sigma}[S(s)]}$ e na região com altas frequências tem-se que $\bar{\sigma}(L_M) \cong \bar{\sigma}[T(j\omega)]$.